

سلسلة تمارين في حساب التكامل

ع. اعكوبي
2. ع. ت

تمرين رقم 1 احسب التكاملات التالية

$$J = \int_1^2 \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx \quad (2)$$

$$I = \int_1^2 (x^2 + 1) dx \quad (1)$$

$$L = \int_0^1 x \sqrt{x} dx \quad (4)$$

$$K = \int_0^1 (x^2 + 2) dx \quad (3)$$

$$N = \int_1^2 \frac{1+x}{x^2} dx \quad (6)$$

$$M = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x + \cos 2x) dx \quad (5)$$

$$Q = \int_0^{\pi} |\cos x| dx \quad (8)$$

$$P = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan(x) dx \quad (7)$$

تمرين رقم 2 احسب التكاملات التالية

$$J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5(x) \cos(x) dx \quad (2)$$

$$I = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx \quad (1)$$

$$L = \int_0^1 x(x^2 + 1) dx \quad (4)$$

$$K = \int_0^1 x e^{x^2} dx \quad (3)$$

$$N = \int_{-1}^0 (4x^3 + 3x^2 + 2x) \sqrt[3]{x^4 + x^3 + x^2 + 1} dx \quad (6)$$

$$M = \int_0^1 \frac{e^x}{(e^x + 1)^2} dx \quad (5)$$

$$P = \int_0^1 3(2x + 1)(x^2 + x - 2) dx \quad (7)$$

تمرين رقم 3 باستعمال مكاملة بالأجزاء احسب التكاملات التالية

$$J = \int_0^1 x e^{x^2} dx \quad (2)$$

$$I = \int_1^e x^2 \ln(x) dx \quad (1)$$

$$L = \int_1^{\ln 2} (x - 1) e^x dx \quad (4)$$

$$K = \int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln(x)} dx \quad (3)$$

$$N = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^4 x} dx \quad (6)$$

$$M = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x} dx \quad (5)$$

$$Q = \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x+1}} dx \quad (8)$$

$$P = \int_0^1 3^x dx \quad (7)$$

تمرين رقم 4

(1) حدد قيم العددين الحقيقيين a و b علما أن $\frac{2x-1}{x+2} = a + \frac{b}{x+2}$

ب- احسب التكامل $\int_0^2 \frac{2x-1}{x+2} dx$

(2) احسب التكامل $\int_{-1}^0 \frac{3x+2}{x-1} dx$

تمرين رقم 5

(1) حدد قيم العددين الحقيقيين a و b و c علما أن $\frac{x^2-1}{x(x^2+1)} = \frac{a}{x} + \frac{bx+c}{x^2+1}$

(2) احسب التكامل $\int_1^2 \frac{x^2-1}{x(x^2+1)} dx$

تمرين رقم 6

نعتبر التكاملين $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(x) dx$ و $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin(x) dx$

(1) احسب مشتقة الدالة $g(x) = e^x \sin(x)$ ثم استنتج حساب $I+J$.

(2) احسب مشتقة الدالة $f(x) = e^x \cos(x)$ ثم استنتج حساب $I-J$.

(3) استنتج قيمتي I و J .

تمرين رقم 7

نعتبر التكامل $I_n = \int_0^1 x^n \sqrt{1-x} dx$

(1) احسب التكامل I_0 .

(2) احسب التكامل I_1 باستعمال مكاملة بالأجزاء.

(3) ا- بين أن $\forall n \in \mathbb{N}^*; (2n+3)I_n = 2nI_{n-1}$.

ب- استنتج I_2 و I_3 .

تمرين رقم 8

$$I = \int_0^1 \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} dx \quad \text{بين أن } \forall x \in \mathbb{R}; \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \text{ ثم احسب}$$

تمرين رقم 9

$$(1) \text{ بين أن } \forall x \geq 1; \frac{1}{2x^2} \leq \frac{1}{x^2 + 1} \leq \frac{1}{x^2}$$

$$(2) \text{ استنتج تاثيرا للتكامل } I = \int_1^2 \frac{1}{x^2 + 1} dx$$

تمرين رقم 10

$$(1) \text{ ا- بين أن الدالتان } f \text{ و } g \text{ فرديتان بحيث } f(x) = x^3 + (e^x - e^{-x})^7 \text{ و } g(x) = \ln\left(\frac{2+x}{2-x}\right)$$

$$\text{ب) احسب التكاملان } I = \int_{-1}^1 (x^3 + (e^x - e^{-x})^7) dx \text{ و } J = \int_{-1}^1 \ln\left(\frac{2+x}{2-x}\right) dx$$

$$(2) \text{ ا- بين أن الدالة } h \text{ زوجية بحيث } h(x) = x^2 + \cos(x)$$

$$\text{ب- احسب التكامل } H = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x^2 + \cos(x)) dx$$

$$\text{ج- استنتج قيمة التكامل } I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (x^2 + \cos(x)) dx$$

تمرين رقم 11

$$\text{نعتبر الدالة } f \text{ المعرفة بـ } f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 1 \text{ على المجال } I = [-3; 3]$$

احسب V حجم مجسم الدوران المولد عند دوران γ_f حول محور الافاصيل دورة كاملة (وحدة كل محور هي 1cm).

mathyoussef@yahoo.fr