2h 21.12.2013 2BSM فرض محروس 3 الثانوية التأهيلية سلمان الفارسي

ذ.الرحموني- ذ.المعداني

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=-x\ln x+2x-2$

0,5 **1)** احسب النهاية : $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

0,75 **2)** احسب $g(1)$ وبين أن g تقبل تمديدا بالاتصال G على اليمين في 0 وحدده .

0,75 **3)** أ) تحقق أن g قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ ثم احسب $g'(x)$ لكل x من $]0,+\infty[$.

1,25 ب) استنتج ان g تزايدية قطعا على $]0;e]$ و تناقصية قطعا على $[e;+\infty[$ ثم اعط جدول تغيرات g .

1 **4)** بين ان : $\exists!\alpha\in]e;+\infty[\ ;\ g(\alpha)=0$ ثم بين ان $4<\alpha<6$. (نعتبر : $0,6<\ln 2<0,7$ و $1,7<\ln 6<1,8$)

0,75 **5)** استنتج أن g موجبة على $[1;\alpha]$ وسالبة على كل من المجالين $[\alpha;+\infty[$ و $]0;1]$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $\left(f(x)=\dfrac{\ln^2 x}{x-1};x\neq 1\right)$ و $f(1)=0$

1 **1)** بين أن f متصلة في 1 و أن f قابلة للاشتقاق في 1.

0,5 **2)** أحسب $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ و أول النتيجة مبيانيا.

0,75 **3)** أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و استنتج أن (C_f) منحنى الدالة f الممثل في معلم متعامد ممنظم $\Re(O;\vec{i};\vec{j})$ يقبل مقاربا أفقيا الذي تحدد.

1,25 **4)** أ) تحقق أن f قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ ثم بين ان لكل x من $]0,+\infty[-\{1\}$ لدينا : $f'(x)=\dfrac{\ln x}{x(x-1)^2}\times g(x)$.

0,75 ب) بين أن : $\ln(\alpha)=2\dfrac{\alpha-1}{\alpha}$ و استنتج أن : $f(\alpha)=4\dfrac{\alpha-1}{\alpha^2}$.

1,5 ج) بين أن المشتقة f' موجبة على $]0;\alpha]$ وسالبة على $[\alpha;+\infty[$ ثم استنتج جدول تغيرات الدالة f .

0,5 **5)** أ) حدد معادلة المماس (Δ) لمنحنى الدالة f في النقطة التي افصولها 1.

0,75 ب) تحقق ان لكل $x\in\mathbb{R}_*^+$ لدينا : $x-1$ و $\ln(x)+(x-1)$ يقبلان نفس الإشارة .

0,5 ج) استنتج أن المنحنى (C_f) يوجد تحت (Δ) على المجال $]0;+\infty[$.

1 **6)** أنشئ المنحنى (C_f) في معلم متعامد- ممنظم $\Re(O,\vec{i},\vec{j})$ (نعتبر $\alpha\simeq 5$ و $f(\alpha)\simeq 0,65$ و $\|\vec{i}\|=1cm$).

III) لتكن الدالة h قصور الدالة f على المجال $I=[0;1]$.

0,5 **a)** بين أن h تقابل من I نحو مجال J يتم تحديده.

0,75 **b)** بين أن h^{-1} قابلة للاشتقاق على $]-\infty;0]$ واحسب العدد المشتق $(h^{-1})_g'(o)$.

0,5 **c)** أنشئ $(C_{h^{-1}})$ في نفس المعلم $\Re$.

IV) الدالة F هي الدالة الأصلية للدالة f على $]0,+\infty[$ التي تحقق $F(\alpha)=\alpha$.

0,5 **1)** بين ان F تناقصية على $]0;1]$ و تزايدية على $[1;+\infty[$.

0,5 **2)** بين أن : $\forall x\in]0;\alpha]:x\leq F(x)$.

0,5 **3)** مستعملا مبرهنة التزايدات المنتهية بين أن : $\exists c\in]1;\alpha[\ ;\ \alpha-F(1)=f(c)(\alpha-1)$.

4) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=c$ و $u_{n+1}=F(u_n)$ لكل $n\in\mathbb{N}$.

1,25 أ) بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}\ :\ c\leq u_n\leq\alpha$ ثم استنتج رتابة (u_n) .

0,5 ب) مستعملا مبرهنة التزايدات المنتهية بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}:\exists a\in]u_n;\alpha[\ ;\ |u_{n+1}-\alpha|=f(a)|u_n-\alpha|$.

1 ت) نضع $f(\alpha)=k$.تحقق أن : $0<k<1$ وبين أن : $\forall n\in\mathbb{N}:|u_n-\alpha|\leq k^n.(\alpha-c)$

0,5 ث) تحقق ان (u_n) متقاربة تم أحسب نهايتها.