ثانوية موسى بن نصير	فرض محروس رقم 1	2 بكالوريا علوم رياضية
نيابة الخميسات	الدورة الأولى 2017/2016	مدة الإنجاز : ثلاث ساعات
		ذ: عبدالله بن الختير

❖ تمرين رقم 01: (1,5 نقطة)

⇦ نضع : $x = arctan\left(\sqrt{2}\right)$.

1)- بين أن : $0 < \pi - 2x < \dfrac{\pi}{2}$. 0,5

2)- أحسب $tan\left(\pi - 2x\right)$ ، ثم إستنتج أن : $arctan\left(2\sqrt{2}\right) + 2arctan\left(\sqrt{2}\right) = \pi$. 1

❖ تمرين رقم 02: (3,5 نقطة)

⇦ لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$f(0) = 2$ و $\left(\forall x \in \mathbb{R}^*\right), f(x) = x^3 - 4x + 2 + x\cos\left(\dfrac{\pi}{x}\right)$.

1)- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و بين أن f متصلة في الصفر . 1,5

2)- بين أن f متصلة على $\mathbb{R}$. 1

3)- بين أنه : $\left(\exists \alpha \in \left]0,1\right[\right), f(\alpha + 1) = f(\alpha)$. 1

❖ تمرين رقم 03: (3,5 نقطة)

⇦ لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$f(x) = arctan(x-1) + arctan\, x + arctan(x+1)$.

1)- بين أن f تقابل من $\mathbb{R}$ نحو مجال J ينبغي تحديده . 1,25

2)- إستنتج أن المعادلة : $(E): f(x) = \dfrac{\pi}{2}$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ و أن $\alpha \in \left]0,1\right[$. 1,25

3)- حدد القيمة المضبوطة للعدد α . 1

❖ تمرين رقم 04: (5,5 نقطة)

⇦ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $I = \left]\dfrac{2}{\pi} - 1, +\infty\right[$ بما يلي :

$f(x) = tan\left(\dfrac{1}{x+1}\right)$.

1)- بين أن f متصلة و تناقصية قطعا على I . 1,5

2)- أ- بين أن المعادلة : $(E): f(x) = x$ تقبل حلا وحيدا α في I و أن $\alpha \in \left]0,1\right[$. 1,5

ب- حدد الوضع النسبي للمنحنى $\left(C_f\right)$ و المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$. 0,5

3)- أ- بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده . 1

ب- أحسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J . 1

❖ تمرين رقم 05: (06 نقط)

✓ أحسب كل نهاية مما يلي :

$(1): \lim\limits_{x\to1} \dfrac{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x} - 2\sqrt[6]{x}}{\sqrt{x} - \sqrt[12]{x^5}}$ و $(2): \lim\limits_{x\to0} \dfrac{1}{2\left(1-\sqrt{\cos x}\right)} - \dfrac{1}{3\left(1-\sqrt[3]{\cos x}\right)}$ 3

$(3): \lim\limits_{x\to1} \dfrac{4arctan(2x-1) - \pi}{x-1}$ و $(4): \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^3 + \sin(2x) - 2\sin x}{arctan\left(x^3\right) - \left(arctan\, x\right)^3}$ 3

➢ تمارين إضافية:

● تمرين رقم 01:

✓ حدد صورة المجال $[0,+\infty[$ بالدالة : $f : x \mapsto x\cos(x)$.

● تمرين رقم 02:

✓ بين أن المعادلة : $(E) : x^4 + x^3 - x + 1 = 0$ لا تقبل حلا في $\mathbb{R}$.

● تمرين رقم 03:

⇦ لتكن f دالة عددية متصلة على مجال I من $\mathbb{R}$ بحيث : $f(I) \subset I$.

✓ بين أن : $\{x \in I, f(x) = x\} \neq \varnothing \Leftrightarrow \{x \in I, f \circ f(x) = x\} \neq \varnothing$.

● تمرين رقم 04:

⇦ ليكن a و b من $\mathbb{R}$ بحيث : $a < b$.

✓ بين أنه : $\left(\exists! c \in]a,b[\right), \sqrt{\frac{b-c}{c-a}} - \sqrt{\frac{c-a}{b-c}} = \sqrt{(b-c)(c-a)}$.

● تمرين رقم 05:

⇦ لتكن f الدالة المعرفة على $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ بما يلي : $f(x) = \frac{2}{1-\sin x}$.

و نعتبر الدالة g المعرفة على $[2,+\infty[$ بما يلي : $g(x) = -2 + x - f^{-1}(t.x)$.

حيث : $t \in]2,+\infty[$ و f^{-1} هي الدالة العكسية للدالة f على المجال $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$.

✓ بين أن المعادلة : $(E) : g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $a(t)$ في $]2,+\infty[$ و أن :

$$a(t) = \frac{2}{t\left[1-\sin\left(a(t)-2\right)\right]} .$$

● تمرين رقم 06:

✓ أحسب كل نهاية مما يلي ($n \in \mathbb{N}^*$) :

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+1} - 2\sqrt[3]{x^3+x} + \sqrt[4]{x^4+x^2}\right)$$

و

$$\lim_{x\to0}\frac{1-\sqrt{1+x}\times\sqrt[3]{1-x}\times\sqrt[4]{1+x}\times\sqrt[5]{1-x}\times\ldots\times\sqrt[2n]{1+x}\times\sqrt[2n+1]{1-x}}{x}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{x^3+\sin(2x)-2\sin x}{\arctan(x^3)-(\arctan x)^3} \quad \text{و} \quad \lim_{x\to+\infty}\frac{\arctan(x+1)-\arctan(x)}{\sin\left(\frac{1}{x+1}\right)-\sin\left(\frac{1}{x}\right)}$$

إنتهى الموضوع.

➢ تخصص نقطة إضافية لحسن التنظيم و جودة التحرير و الدقة في الأجوبة .