Exercice 1 : 6pts

Etudier la continuité de la fonction f au point x_0 dans chacun des cas suivants :

1. $\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^3 + 2x^2 + x - 4}{x-1} ; x \neq 1 \\ f(1) = 8 \end{cases}$ $x_0 = 1$ (1,5pts)

2. $\begin{cases} f(x) = \dfrac{x-1}{x^2-1} ; x \prec 1 \\ f(x) = 3x - \dfrac{1}{x} ; x \geq 1 \end{cases}$ $x_0 = 1$ (1,5pts)

3. $\begin{cases} f(x) = \dfrac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2} ; x \neq 2 \\ f(2) = -\dfrac{1}{4} \end{cases}$ $x_0 = 2$ (1,5pts)

4. $\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2 + 2x - 3}{x-1} ; x \neq 1 \\ f(1) = 4 \end{cases}$ $x_0 = 1$ (1,5pts)

Exercice 2: 6pts

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{x-1}{x-2}$.

1. Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f. (1pt)

2. Etudier la monotonie de la fonction f sur D_f . (1pt)

3. Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque définie de l'intervalle J vers l'intervalle $I = [3, +\infty[$. (1pt)

4. Calculer $f(4)$, puis montrer que f^{-1} est dérivable en $\dfrac{3}{2}$ et Calculer $\left(f^{-1}\left(\dfrac{3}{2}\right)\right)'$. (1.5pts)

5. Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout x de J . (1.5pts)

Exercice 3 : 3pts

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $I =]0;1[$ par : $f(x) = x^3 + 4x - 1$.

1. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle I . (2pts)

2. Déterminer le signe de $f(x)$ sur I . (1pt)

Exercice 4 : 5pts

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \sqrt{2x-1}$.

1. Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f. (1pt)

2. Etudier la dérivabilité de la fonction f au point x_0 à droite. (1pt)

3. Interpréter le résultat géométriquement. (1pt)

4. Calculer $f'(x)$ puis donner le tableau de variation de la fonction f . (2pts)