سلم التنقيط

مسالة :

جزء أول : (الأسئلة الثلاثة الموالية مستقل بعضها عن بعض)

0.5 **1. بين أن :** $\forall x \in \mathbb{R} \quad 2x^3 - 3x^2 + 1 = (2x+1)(x-1)^2$

0.5 **2. بين أن :** $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\} \quad \frac{\sqrt[3]{x^2} - 1}{x^2 - 1} = \frac{1}{\left(\sqrt[3]{x^2}\right)^2 + \sqrt[3]{x^2} + 1}$

2 **3. مستعملا إحدى متفاوتتي التزايدات المنتهية بين أن:**

$$\forall x \in]0, +\infty[\quad \frac{x}{1+x^2} < Arctan(x) < x$$

جزء ثاني :

نعتبر الدالة f ذات المنحنى (C) في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد وممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ والمعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = Arctan\left(\sqrt{3}\ \frac{\sqrt[3]{x^2} - 1}{x^2 - 1}\right) \quad , \ x \neq 1 \text{ و } x \neq -1 \\ f(1) = f(-1) = \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

0.5 **1. بين أن f دالة زوجية**

1 **2. ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$ (يمكن استعمال السؤال الثاني من الجزء الأول)**

1.5 **3. بين أن الدالة f متصلة على $\mathbb{R}$**

2 **4. ا. بين أن $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = -\infty$ وأول هذه النتيجة مبيانيا (يمكن استعمال السؤالين2 و 3 من الجزء الأول)**

2 **ب. ادرس قابلية اشتقاق f في العدد 1 وأول مبيانيا النتائج المحصلة (يمكن استعمال السؤال الثاني من الجزء الأول)**

3 **5. ا. بين أن f قابلة للاشتقاق على كل من المجالين $]0, 1[$ و $]1, +\infty[$ وان**

$$\forall x \in]0, 1[\cup]1, +\infty[\quad f'(x) = -\frac{2\sqrt{3}\left(2\left(\sqrt[3]{x^2}\right)^3 - 3\left(\sqrt[3]{x^2}\right)^2 + 1\right)}{3\sqrt[3]{x}\left[(x^2-1)^2 + \left(\sqrt[3]{x^2} - 1\right)^2\right]}$$

1 **ب. مستعملا مبرهنة رول بين مرة اخرى أن الدالة f غير قابلة للاشتقاق في العدد 0**

1.5 **6. معللا جوابك ضع جدول تغيرات الدالة f**

1 **7. ليكن g قصور f على $]0, +\infty[$ بين أن g تقابل من المجال $]0, +\infty[$ نحو مجال J ينبغي تحديده**

1.5 **8. حدد g^{-1} التقابل العكسي ل g**

2 **9. ارسم في المعلم السابق (C) و منحنى g^{-1}**

عبد الخالق العمراني