الثانية سلك الباكالوريا.ع. ر — فرض محروس : 5 — مدة الإنجاز (ساعتين)

ثانوية إبن عبدون التأهيلية –خريبكة- — 2017/03/03 — ذ. محمد الشرقاوي

التمرين 1 (6 نقط)

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$(m\in\mathbb{C}^*);(E_m): z^2-m(2-5i)z-m^2(5+5i)=0$$

2) ليكن x من $\mathbb{R}^{*+}$ و Z_1 و Z_2 حلي المعادلة (E_1)

أ- أثبت أن $\text{Arg}(1-xi)\equiv-\text{Arctan}\,x\ [2\pi]$

ب- أكتب العدد $z_1.z_2$ على الشكل الجبري والمثلثي

ج- استنتج أن $\text{Arctan}\,2+\text{Arctan}\,3=\dfrac{3\pi}{4}$

3) نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة: $(E'_n):\left(\dfrac{1+z}{1-z}\right)^n=\sqrt{2}\dfrac{1-2i}{1+3i}$

حيث n عدد صحيح طبيعي غير منعدم

أ- بين أنه إذا كان Z حلا للمعادلة فإنه يكون تخيليا صرفا

ب- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E'_n) ثم أعط الحلول على الشكل الجبري

4) المستوى (P) م.م.م. $(O;\vec{e_1},\vec{e_2})$ لكل Z من $\mathbb{C}$ نضع $z'=z^2-(2-5i)z-4(5+5i)$

بين أنه إذا كانت M نقطة من الدائرة (C) التي مركزها $\Omega(2-5i)$ وشعاعها r فإن M′(z′) تنتمي إلى دائرة يتم تحديدها

التمرين 2 (4 نقط)

لكل n من IN نضع

$$\mathcal{J}_n=\int_0^{\frac{\pi}{2}}e^{-nx}.\cos x.dx \quad \text{و} \quad \mathcal{I}_n=\int_0^{\frac{\pi}{2}}e^{-nx}.\sin x.dx$$

1) أحسب $\mathcal{J}_0$ و $\mathcal{I}_0$

2) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن

$$-n\mathcal{I}_n+\mathcal{J}_n=e^{\frac{-n\pi}{2}} \quad \text{و} \quad \mathcal{I}_n+n\mathcal{J}_n=1$$

3) استنتج $\mathcal{J}_n$ و $\mathcal{I}_n$

4) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}\mathcal{J}_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}\mathcal{I}_n$

التمرين 3 (4 نقط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي:

$$\forall x\in\mathbb{R}^+:\quad f(x)=\int_1^x\frac{e^t}{1+t}.dt$$

1) بين أن $(\forall t\in\mathbb{R}^+):\ \dfrac{e^t}{1+t}\geq1$

ثم استنتج أن $f(2)\geq1$

2) بين أن f متصلة وقابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}^+$ ثم أحسب $f'(x)$

3) بين أن المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا وحيدا α وأن $1\prec\alpha\prec2$

4) بين أن $\forall x\in\mathbb{R}^+:\quad f(x)\geq x-1$

ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}f(x)$

التمرين 4 (6 نقط)

نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر

النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي

a=8 و b=6j و $c=8j^2$ حيث: $j=e^{i\frac{2\pi}{3}}$

ولتكن A′ صورة B بالدوران الذي مركزه C وزاويته $\dfrac{\pi}{3}$

و B′ صورة C بالدوران الذي مركزه A وزاويته $\dfrac{\pi}{3}$

و C′ صورة A بالدوران الذي مركزه B وزاويته $\dfrac{\pi}{3}$

1) لتكن a′ و b′ و c′ ألحاق كل من A′ و B′ و C′ على التوالي

أ- أحسب a′ وتحقق أنه عدد حقيقي

ب- بين أن $b'=16e^{-i\frac{\pi}{3}}$ واستنتج أن $O\in(BB')$

ج- بين أن $c'=7+7i\sqrt{3}$ وبين أن المستقيمات (AA′) و (BB′) و (CC′) متلاقية في النقطة O

2) أ- أحسب المسافة $OA+OB+OC$

ب- بين أن $1+j+j^2=0$

ج- لتكن M نقطة من المستوى لحقها z استنتج مما سبق أن

$$|(a-z)+(b-z)j^2+(c-z)j|=|a+bj^2+cj|=22$$

4)- نقبل أن لكل z و z′ و z″ من $\mathbb{C}$ لدينا $|z+z'+z''|\leq|z|+|z'|+|z''|$

بين أن القيمة $MA+MB+MC$ تكون دنوية عندما يكون $M=O$