

الصلحة
1
8

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الممالك الدولية - خيار فرنسية

الدورة الاستدراكية 2018

RS30F

الجمهورية المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي



المركز الوطني للتقويم والامتحانات
والتوجيه

★
01

4	مدة الإنجاز	الفيزياء والكيمياء	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم الرياضية : " أ " و " ب " - خيار فرنسية	الشعبة أو المسلك

L'usage de la calculatrice scientifique non programmable est autorisé.

Le sujet comporte 4 exercices : un exercice de chimie et trois exercices de physique.

Chimie (7 points):

- Vitesse volumique d'une réaction ; réactions acido-basiques,
- Accumulateur Argent-Fer .

Physique (13 points):

➤ Les ondes (2,25 points) :

- Ondes ultrasonores .

➤ L'électricité (5,25 points):

- Dipôle RL et circuit LC,
- Modulation d'amplitude .

➤ La mécanique (5,5 points):

- Mouvement d'un skieur,
- Mouvement d'un pendule simple.



Chimie (7 points) : Les deux parties sont indépendantes

Partie I : Vitesse volumique d'une réaction - Réactions acido-basiques

L'eau de javel est un produit chimique d'utilisation courante. C'est un désinfectant très efficace contre les contaminations bactériennes et virales.

Le principe actif de l'eau de javel est dû à l'ion hypochlorite ClO^- . Cet ion a à la fois un caractère oxydant et un caractère basique.

Dans cette partie de l'exercice on étudiera :

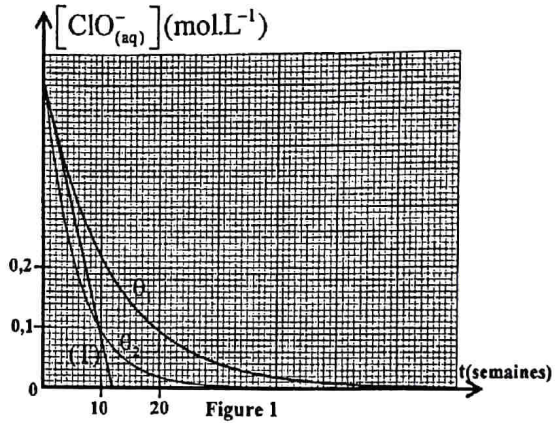
- la cinétique de la décomposition des ions hypochlorite ClO^- ;
- des réactions acido-basiques faisant intervenir le couple $\text{HClO}_{(aq)} / \text{ClO}^-_{(aq)}$.

1- Suivi de l'évolution temporelle de la concentration molaire effective de l'ion hypochlorite ClO^-

Durant la conservation de l'eau de javel, les ions hypochlorite ClO^- contenus dans cette eau se décomposent selon l'équation de la réaction : $2\text{ClO}^-_{(aq)} \longrightarrow 2\text{Cl}^-_{(aq)} + \text{O}_{2(g)}$.

Dans des conditions expérimentales déterminées, on obtient les courbes de la figure 1 représentant l'évolution de :

$[\text{ClO}^-_{(aq)}] = f(t)$ à deux températures θ_1 et θ_2 .



0,5

1-1- Dresser le tableau d'avancement de la réaction (on notera V le volume de la solution étudiée supposé constant et $C_0 = [\text{ClO}^-_{(aq)}]_0$ la concentration molaire de ClO^- à $t=0$).

0,75

1-2- Montrer que la concentration molaire de l'ion hypochlorite à l'instant de demi-réaction $t = t_{1/2}$ est $\frac{C_0}{2}$. Déduire alors graphiquement $t_{1/2}$ pour l'expérience réalisée à la température θ_2 .

0,5

1-3- Trouver, pour la température θ_1 , la vitesse volumique de réaction à l'instant $t=0$ exprimée en $\text{mol.L}^{-1}.\text{semaine}^{-1}$ ((T) représente la tangente à la courbe au point d'abscisse $t=0$).

0,25

1-4- Comparer θ_1 à θ_2 en justifiant la réponse.

2- Etude de quelques solutions aqueuses faisant intervenir le couple $\text{HClO}_{(aq)} / \text{ClO}^-_{(aq)}$

Données : - Toutes les mesures sont effectuées à 25°C ;

- Le produit ionique de l'eau : $K_e = 10^{-14}$;
- La constante d'acidité du couple $\text{HClO}_{(aq)} / \text{ClO}^-_{(aq)}$ est : $K_A = 5.10^{-8}$.

La mesure du pH d'une solution aqueuse (S) d'acide hypochloreux HClO de concentration molaire C et de volume V donne $\text{pH}=5,5$.

0,5

2-1- Ecrire l'équation chimique modélisant la réaction de l'acide hypochloreux avec l'eau.

0,75

2-2- Trouver l'expression de la concentration molaire C en fonction du pH et de K_A . Calculer sa valeur.

0,5

2-3-On définit la proportion de l'espèce basique ClO^- dans une solution par :

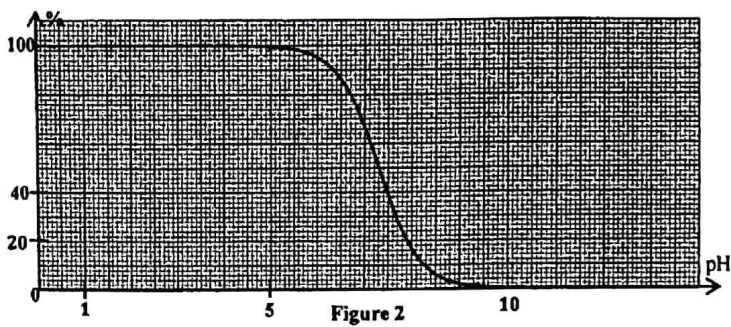
$$\alpha(\text{ClO}^-) = \frac{[\text{ClO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{ClO}^-]_{\text{éq}} + [\text{HClO}]_{\text{éq}}} \quad \text{Montrer que } \alpha(\text{ClO}^-) = \frac{K_A}{K_A + 10^{-\text{pH}}}$$

0,25

2-4-1- A quelle forme du couple $\text{HClO}_{(\text{aq})} / \text{ClO}^-_{(\text{aq})}$ est associée cette courbe ?

0,5

2-4-2-En utilisant le graphe de la figure 2 , identifier , en justifiant, l'espèce prédominante du couple $\text{HClO}_{(\text{aq})} / \text{ClO}^-_{(\text{aq})}$ dans la solution (S).



2-5- On mélange un volume V_a d'une solution d'acide hypochloreux de concentration molaire C_a avec un volume V_b d'une solution d'hydroxyde de sodium $\text{Na}^+_{(\text{aq})} + \text{HO}^-_{(\text{aq})}$ de concentration molaire $C_b = C_a$. Le pH de la solution obtenue est $\text{pH} = 7,3$.

0,5

2-5-1- Déterminer la valeur de la constante d'équilibre K associée à l'équation de la réaction qui se produit.

0,5

2-5-2 -En se basant sur le graphe de la figure 2, calculer la valeur du rapport $\frac{[\text{HClO}]_{\text{éq}}}{[\text{ClO}^-]_{\text{éq}}}$. Que peut-on en déduire ?

Partie II : Accumulateur Argent / Fer

Les accumulateurs sont des convertisseurs d'énergie. Contrairement aux piles, dont les réactifs se détruisent de manière irréversible au cours du fonctionnement, les réactifs des accumulateurs peuvent être régénérés par une opération de recharge.

Dans cet exercice on étudiera, d'une façon simplifiée, la décharge de l'accumulateur Argent/Fer.

On réalise l'accumulateur schématisé dans la figure 3 :

- S_1 est une solution aqueuse de sulfate de fer(II)



$C_1 = 0,2 \text{ mol.L}^{-1}$ et de volume $V_1 = 100 \text{ mL}$.

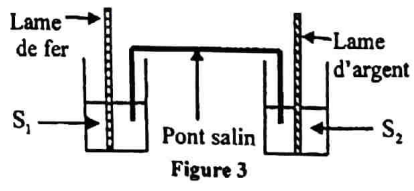
- S_2 est une solution aqueuse de nitrate d'argent $\text{Ag}^+_{(\text{aq})} + \text{NO}_3^-_{(\text{aq})}$ de concentration molaire initiale

$C_2 = C_1$ et de volume $V_2 = V_1$.

Données : - Le faraday : $1F = 9,65 \cdot 10^4 \text{ C.mol}^{-1}$,

- Les couples Ox/Red: $\text{Ag}^+_{(\text{aq})} / \text{Ag}_{(\text{s})}$; $\text{Fe}^{2+}_{(\text{aq})} / \text{Fe}_{(\text{s})}$.

L'accumulateur est branché aux bornes d'une lampe à l'instant $t = 0$. L'intensité du courant dans le circuit est considérée constante : $I = 150 \text{ mA}$.



- 0,5 1- La réaction spontanée est la réduction des ions argent et l'oxydation du fer. Ecrire l'équation bilan lors du fonctionnement de l'accumulateur.
- 0,5 2- Montrer que la concentration $[Ag^+_{(aq)}]$ à un instant t de fonctionnement est : $[Ag^+_{(aq)}]_t = 0,2 - 1,55 \cdot 10^{-5} \cdot t$ avec t en seconde et la concentration en $mol \cdot L^{-1}$ (on considérera que les espèces métalliques sont en excès).
- 0,5 3- Déterminer la durée t_f de fonctionnement de l'accumulateur et la concentration finale des ions fer(II) : $[Fe^{2+}_{(aq)}]_f$.

Physique : (13 points)

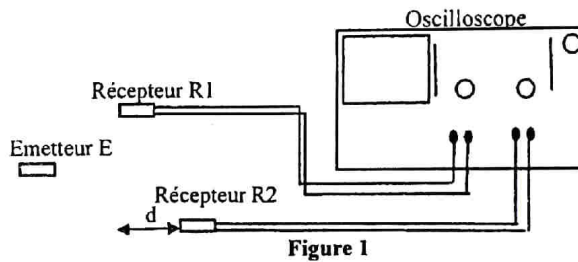
Exercice 1 : Ondes ultrasonores (2,25 points)

L'échographie est un outil du diagnostic médical. Sa technique utilise une sonde à ultrasons.

1-Détermination de la célérité d'une onde ultrasonore dans l'air

On se propose de déterminer la célérité d'une onde ultrasonore dans l'air à partir de la mesure de la longueur d'onde λ d'un signal émis par la sonde d'un échographe de fréquence $N = 40 \text{ kHz}$. Pour cela, on utilise un émetteur E produisant une onde périodique sinusoïdale de même fréquence que celle de la sonde.

Les récepteurs R1 et R2 sont à égales distances de l'émetteur E. Lorsqu'on éloigne le récepteur R2 d'une distance d (Figure 1), les deux sinusoïdes visualisées sur l'oscilloscope se décalent. Les deux courbes sont en phase à chaque fois que la distance d entre R1 et R2 est un multiple entier n de λ avec $n \in \mathbb{N}^*$.



- 0,25 1-1- Définir la longueur d'onde.
- 0,25 1-2- Choisir la réponse juste parmi les propositions suivantes :

- a- Les ultrasons sont des ondes transportant la matière.
- b- Les ultrasons sont des ondes mécaniques.
- c- Les ultrasons se propagent avec la même vitesse dans tous les milieux.
- d- Le domaine de la longueur d'onde des ondes ultrasonores est : $400 \text{ nm} \leq \lambda \leq 800 \text{ nm}$.

- 0,5 1-3- Dans l'expérience réalisée, on relève pour $n = 12$, la distance $d = 10,2 \text{ cm}$. Déterminer la célérité de l'onde dans l'air.

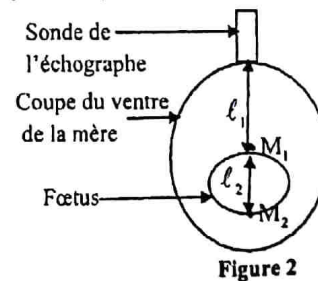
2- Application à l'échographie :

La sonde échographique utilisée est à la fois un émetteur et un récepteur. Lorsque les ondes se propagent dans le corps humain, elles sont en partie réfléchies par les parois séparant deux milieux différents.

La partie réfléchie de l'onde est reçue par la sonde puis analysée par un système informatique.

La figure 2 représente le schéma du dispositif permettant l'échographie d'un fœtus.

Lors de l'examen, une salve d'ondes est émise par l'émetteur de la sonde à la date $t=0$. L'onde est réfléchie au point M_1 et au point M_2 . La sonde reçoit la première onde réfléchie à la date $t=t_1 = 80 \mu\text{s}$ et la deuxième à la date $t=t_2 = 130 \mu\text{s}$.



Trouver l'épaisseur ℓ_2 du fœtus.

On admet que la vitesse des ondes ultrasonores dans le corps humain est $v_e = 1540 \text{ m.s}^{-1}$.

3- Diffraction de l'onde ultrasonore dans l'air:

Le schéma expérimental représenté sur la figure 3 comporte :

- l'émetteur E émettant l'onde ultrasonore de fréquence $N=40 \text{ kHz}$,
- le récepteur R1 lié à un oscilloscope,
- une plaque métallique (P) percée d'une fente rectangulaire de largeur a très petite devant sa longueur,
- une feuille graduée permettant de mesurer les angles en degrés.

On déplace le récepteur R1 dans le plan horizontal d'un angle θ sur l'arc de cercle de centre F et de rayon $r=40 \text{ cm}$ et on note pour chaque amplitude U_m de l'onde reçue par R1, l'angle θ correspondant.

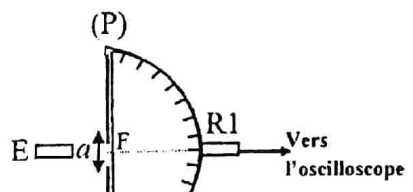


Figure 3

0,25

3-1- Comparer la longueur d'onde de l'onde incidente avec celle de l'onde diffractée.

0,5

3-2- On donne $a=2,6 \text{ cm}$.

Trouver la distance du déplacement du récepteur pour observer le premier minimum d'amplitude U_m de la tension du récepteur.

Exercice 2 : Electricité (5.25 points)

Les circuits des appareils électriques, utilisés dans plusieurs domaines de la vie courante, sont constitués de condensateurs, de bobines, de conducteurs ohmiques, de circuits intégrés ...

La première partie de cet exercice vise à étudier un dipôle (R,L) et un circuit (L,C), la deuxième partie a pour objectif l'étude de la modulation d'amplitude.

Partie I : Dipôle RL et circuit LC

1-Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension

On réalise le montage expérimental représenté sur la figure 1 comprenant :

- un générateur de tension de f.e.m. $E=1.5 \text{ V}$;
- un conducteur ohmique de résistance R réglable ;
- une bobine (b) d'inductance L et de résistance r ;
- un interrupteur K.

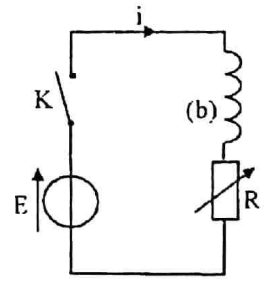


Figure 1

A un instant choisi comme origine des dates ($t=0$), on ferme l'interrupteur K et on suit l'évolution de l'intensité du courant $i(t)$ qui traverse le circuit à l'aide d'un système d'acquisition adéquat.

0,25

1-1-Etablir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$.

0,5

1-2-La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme : $i(t)=A.e^{-\alpha t} + B$, avec A, B et α des constantes.

Exprimer $i(t)$ en fonction de t et des paramètres du circuit.

1-3- Les courbes (C1) et (C2) de la figure 2 représentent l'évolution de $i(t)$ respectivement pour

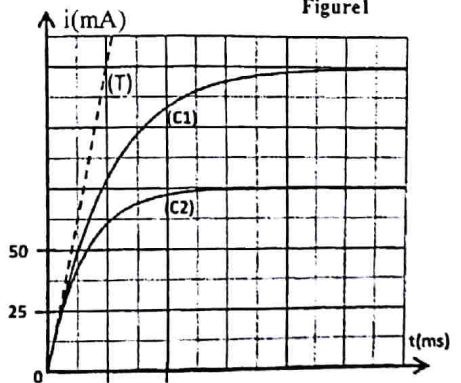


Figure 2

0,5
 0,5
 0,25
 0,75
 0,25
 0,5
 0,5
 0,75
 0,5

$R = R_1$ et $R = 2R_1$. La droite (T) étant la tangente à la courbe (C1) au point d'abscisse $t=0$.

- 1-3-1-Trouver R_1 et r .
- 1-3-2-Montrer que $L=0,6H$.

2- Etude d'un circuit LC

On utilise dans cette étude une bobine (b') d'inductance $L=0,6H$ et de résistance négligeable.

Après avoir chargé, totalement, un condensateur de capacité C , sous une tension constante U_0 , on le branche aux bornes de la bobine (b') (Figure 3).

La tension aux bornes du condensateur peut s'écrire sous la forme : $u_c(t) = U_0 \cdot \cos(2\pi f_0 t + \varphi)$ où f_0 est la fréquence propre du circuit.

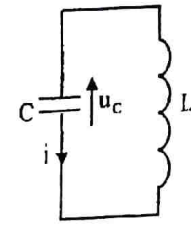


Figure 3

2-1-Montrer que l'énergie électrique totale E_t du circuit est constante.

2-2-La courbe de la figure 4 représente la variation de l'énergie magnétique E_m emmagasinée dans la bobine en fonction du carré de la tension u_c aux bornes du condensateur : $E_m = f(u_c^2)$.

En se basant sur la courbe de la figure 4, déterminer la capacité C du condensateur et la tension U_0 .

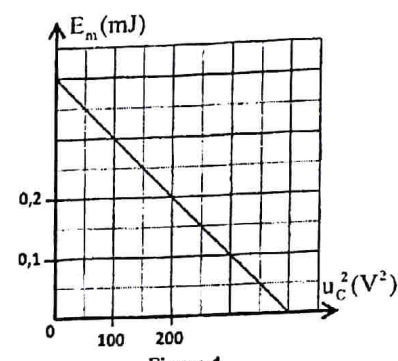


Figure 4

Partie II : Modulation d'amplitude

Afin de produire une onde hertzienne modulée en amplitude, on réalise le montage schématisé sur la figure 5, où X représente un circuit intégré multiplicateur. Le coefficient du circuit multiplicateur est k .

On applique à l'entrée E_1 la tension $u_1(t) = 6 \cdot \cos(4 \cdot 10^5 \pi \cdot t)$ et à l'entrée E_2 la tension $u_2(t) = 2 \cdot \cos(8 \cdot 10^3 \pi \cdot t) + 5$.

La tension de sortie $u_s(t)$ obtenue est

$$u_s(t) = k \cdot u_1(t) \cdot u_2(t) = 3[1 + 0,4 \cdot \cos(8 \cdot 10^3 \pi \cdot t)] \cdot \cos(4 \cdot 10^5 \pi \cdot t)$$

Toutes les tensions sont exprimées en volt(V).

- 1- Déterminer la fréquence de l'onde porteuse.
- 2- Choisir la réponse juste :
 L'amplitude maximale de l'onde modulée est :
 a- 6V ; b- 4,2V ; c- 3V ; d- 1,8V ; e- 2V.

- 3- Les conditions d'une modulation d'amplitude de bonne qualité sont-elles vérifiées ? justifier.
- 4- Exprimer $u_s(t)$ sous forme de la somme de trois fonctions sinusoïdales et représenter le spectre de fréquences en choisissant l'échelle suivante : 1cm/V pour les amplitudes.

Rappel: $\cos(a) \cdot \cos(b) = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$.

5- Le circuit bouchon, constitué par la bobine et le condensateur précédents, permet-il une bonne réception de l'onde modulée étudiée ? justifier la réponse.

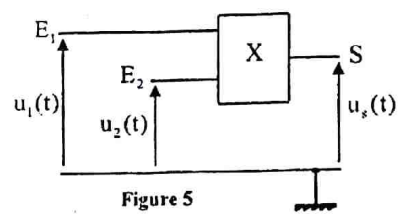


Figure 5

Exercice 3 : Mécanique (5,5 points) Les deux parties I et II sont indépendantes

Partie I : Mouvement d'un skieur

Cette partie de l'exercice décrit un modèle très simplifié du mouvement du centre d'inertie G d'un skieur dans deux phases de son parcours :

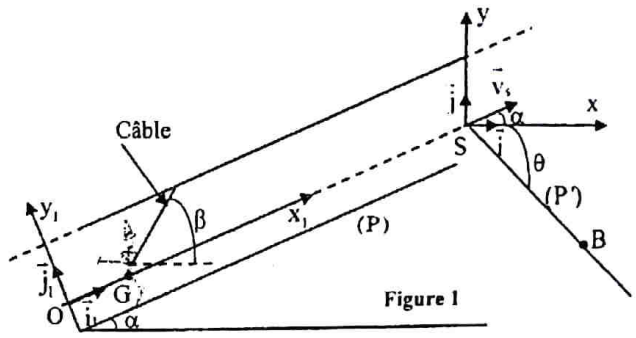
-Première phase : Mouvement rectiligne du skieur sur un plan incliné ;
 -Deuxième phase : Chute libre du skieur dans le champ de pesanteur uniforme.

Données :- Masse du skieur : $m=60\text{ kg}$;
 -Intensité de l'accélération de la pesanteur : $g=9,8\text{ m.s}^{-2}$.

On néglige l'action de l'air.
1-Première phase : mouvement du skieur sur un plan incliné.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G du skieur dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ lié à un référentiel terrestre considéré galiléen (figure 1).

Pour atteindre le sommet S d'une piste (P) rectiligne inclinée d'un angle $\alpha=23^\circ$ par rapport à l'horizontale, le skieur part du point O sans vitesse initiale à $t=0$. Il est accroché à un câble rigide

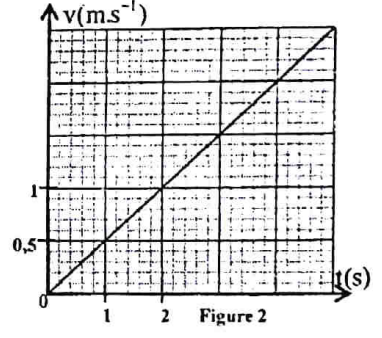


faisant un angle $\beta=60^\circ$ avec l'horizontale. Le câble exerce sur le skieur une force de traction \vec{F} constante dirigée selon la direction du câble (figure 1).

Durant toute cette phase, le skieur reste constamment en contact avec le sol. On note \vec{R}_T et \vec{R}_N respectivement les composantes tangentielle et normale de l'action du plan incliné sur le skieur avec $\|\vec{R}_T\|=k\|\vec{R}_N\|$; k étant le coefficient de frottement solide et $\|\vec{R}_T\|=f=80\text{ N}$.

0,5 1-1-En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v du centre d'inertie G s'écrit : $\frac{dv}{dt} + \frac{f}{m} + g \cdot \sin \alpha - \frac{F}{m} \cos(\beta - \alpha) = 0$.

1-2- La courbe de la figure 2 représente la variation de la vitesse v en fonction du temps.



0,25 1-2-1-Déterminer graphiquement la valeur de l'accélération du mouvement de G.

0,25 1-2-2- Déduire l'intensité de la force de traction \vec{F} .

0,5 1-3-Déterminer la valeur de k.

2-Deuxième phase : Phase du saut

Le skieur arrivant au sommet S de la piste (P), lâche le câble et quitte la piste à un instant choisi comme une nouvelle origine des dates avec une vitesse \vec{v}_S faisant l'angle α avec l'horizontale et de valeur $v_S=10\text{ m.s}^{-1}$ (figure 1).

On étudie le mouvement du centre d'inertie G du skieur dans le repère $(S; \vec{i}; \vec{j})$ lié à un référentiel terrestre considéré galiléen.

Soit B la position de G sur la piste (P') qui est inclinée d'un angle $\theta=45^\circ$ par rapport à l'horizontale (figure 1).

0,5 2-1-Etablir les expressions numériques des équations horaires x(t) et y(t) du mouvement de chute libre de G dans le repère $(S; \vec{i}; \vec{j})$.

0,5 2-2-En déduire que l'équation de la trajectoire de G s'écrit : $y=-5,8 \cdot 10^{-2} x^2 + 0,42x$.

0,5

2-3-Trouver la longueur SB du saut.

Partie II : Mouvement d'un pendule simple

On considère un métronome que l'on modélise par un pendule simple formé par une tige rigide de masse négligeable et de longueur $\ell = 24,8 \text{ cm}$ à laquelle est suspendue une petite bille de masse $m = 20 \text{ g}$ et de dimensions négligeables devant ℓ .

Quand on écarte le pendule de sa position d'équilibre d'un angle θ_m , il oscille dans un plan vertical entre les positions limites A et B autour d'un axe (Δ) horizontal passant par O (figure 3). Le métronome émet un signal sonore lorsque la bille arrive en A et il émet le même signal lors de son arrivée en B.

On repère la position du pendule par l'abscisse angulaire θ à un instant t.

Données : - Accélération de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$;

- Pour les oscillations de faible amplitude, on prend $\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$; θ en radian ;

- Le moment d'inertie du pendule par rapport à l'axe de rotation (Δ) est : $J_{\Delta} = m \cdot \ell^2$.

Les frottements sont négligeables.

1-On écarte le pendule, de sa position d'équilibre stable, d'un angle petit $\theta_m = 8^\circ$ et on le libère de la position A à l'instant $t_0 = 0$ sans vitesse initiale.

On choisit comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur le plan horizontal passant par la position de la bille au point S.

0,5

1-1-Trouver l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur du pendule à un instant t en fonction de θ , ℓ , m et g.

0,25

1-2-Déterminer la valeur de l'énergie mécanique du pendule .

0,5

1-3-Par une étude énergétique, établir l'équation différentielle du mouvement vérifiée par l'abscisse angulaire $\theta(t)$.

2-On note T_0 la période propre du pendule.

0,5

2-1- Donner l'expression de T_0 en fonction de g et ℓ et vérifier en utilisant les équations aux dimensions qu'elle est homogène à un temps.

0,5

2-2-Calculer la valeur de T_0 . Déduire le nombre de signaux sonores émis durant la durée

$\Delta t = t - t_0 = 10,25 \text{ s}$ sachant que le premier signal sonore est émis à l'arrivée de la bille au point B pour la première fois.

0,25

3-Montrer, en se basant sur la conservation de l'énergie mécanique, que la vitesse angulaire $\dot{\theta}(t)$ à un

instant t s'exprime par la relation : $\dot{\theta}(t) = \pm \dot{\theta}_s \sqrt{1 - \left(\frac{\theta}{\theta_m}\right)^2}$ avec $\dot{\theta}_s$ la vitesse angulaire au point S.

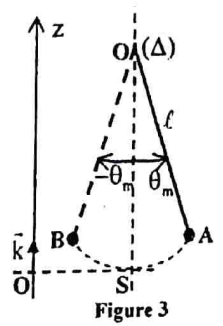


Figure 3

Correction de l'examen national de physique-chimie 2SM A&B 2018 SR

CHIMIE

Partie I : Vitesse volumique d'une réaction- Réaction acido-basique

1-Suivi de l'évolution temporelle de la concentration molaire effective de l'ion hypochlorite ClO^-

1.1- Tableau d'avancement de la réaction :

Equation chimique		$2ClO^-_{aq} \longrightarrow O_{2g} + 2Cl^-_{aq}$		
Etat initial	0	$C_0.V$	0	0
Au cours de l'évolution	x	$C_0.V - 2x$	x	$2x$
Etat final	x_f	$C_0.V - 2x_f$	x_f	$2x_f$

1.2- Vérification de l'expression de $[ClO^-_{aq}]_{1/2}$ et déduction graphique de sa valeur à la température θ_2

* Vérification de l'expression de $[ClO^-_{aq}]_{1/2}$:

A l'instant $t = t_{1/2}$, on a : $[ClO^-_{aq}]_{1/2} = \frac{n_{1/2}(ClO^-_{aq})}{V}$; avec : $n_{1/2}(ClO^-_{aq}) = C_0.V - 2x_{1/2}$;

Par définition : $x_{1/2} = \frac{x_f}{2}$; alors : $n_{1/2}(ClO^-_{aq}) = C_0.V - x_f$; donc : $[ClO^-_{aq}]_{1/2} = \frac{C_0.V - x_f}{V}$;

La réaction étant totale, alors : $x_f = \frac{C_0.V}{2}$; par suite : $[ClO^-_{aq}]_{1/2} = \frac{C_0}{2}$;

* Déduction graphique de sa valeur à la température θ_2 :

Graphiquement : pour $\frac{C_0}{2} = 0,25 mol.L^{-1}$, on trouve : $t_{1/2} = 4 semaines$.

1.3- Valeur de la vitesse volumique de la réaction à $t = 0$, pour la température θ_1 :

On a : $v = \frac{1}{V} \cdot \frac{dx}{dt}$; d'après le tableau d'avancement de la réaction : $n(ClO^-_{aq}) = [ClO^-_{aq}] \cdot V = C_0.V - 2x$;

D'où : $x = \frac{(C_0 - [ClO^-_{aq}]) \cdot V}{2}$; alors : $\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{2} \frac{d[ClO^-_{aq}]}{dt} \cdot V$; finalement : $v = -\frac{1}{2} \frac{d[ClO^-_{aq}]}{dt}$;

par suite : $v(0) = -\frac{1}{2} \left(\frac{d[ClO^-_{aq}]}{dt} \right)_{t=0}$;

A.N :

Graphiquement (fig1) : $\left(\frac{d[ClO^-_{aq}]}{dt} \right)_{t=0} = \frac{\Delta[ClO^-_{aq}]}{\Delta t} = \frac{0,5-0}{0-12}$ (coefficient directeur de la tangente T) ;

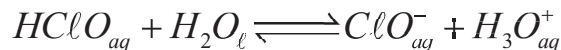
D'où : $v(0) \approx 2,2 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{semaine}^{-1}$.

1.4- Comparaison de θ_1 à θ_2 :

D'après le graphe (fig1), on note que la réaction est plus rapide à la température θ_2 . Sachant que la vitesse de la réaction augmente avec la température, alors : $\theta_2 > \theta_1$.

2- Etude de quelques solutions aqueuses faisant intervenir le couple $HClO_{aq} / ClO^-_{aq}$

2.1- Equation chimique modélisant la réaction de l'acide $HClO$ avec l'eau :



2.2- Expression de la concentration molaire C et sa valeur

* Expression de la concentration molaire C :

$$\text{On a : } K_A = \frac{[ClO^-_{aq}]_{\text{éq}} \cdot [H_3O^+_{aq}]_{\text{éq}}}{[HClO_{aq}]_{\text{éq}}} = \frac{[ClO^-_{aq}]_{\text{éq}} \cdot [H_3O^+_{aq}]_{\text{éq}}}{C - [H_3O^+_{aq}]_{\text{éq}}} ;$$

$$\text{par suite : } C - [H_3O^+_{aq}]_{\text{éq}} = \frac{[ClO^-_{aq}]_{\text{éq}} \cdot [H_3O^+_{aq}]_{\text{éq}}}{K_A} ; \text{ avec : } [ClO^-_{aq}]_{\text{éq}} = [H_3O^+_{aq}]_{\text{éq}} ;$$

$$\text{on obtient : } C - [H_3O^+_{aq}]_{\text{éq}} = \frac{[H_3O^+_{aq}]_{\text{éq}}^2}{K_A} ; \text{ soit : } C - 10^{-pH} = \frac{10^{-2pH}}{K_A} ;$$

$$\text{d'où : } C = 10^{-pH} \cdot \left(\frac{10^{-pH}}{K_A} + 1 \right) ; \text{ A.N : } C = 2 \cdot 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}.$$

2.3- Vérification de l'expression de $\alpha(ClO^-)$:

$$\text{On a : } \alpha(ClO^-) = \frac{[ClO^-]_{\text{éq}}}{[ClO^-]_{\text{éq}} + [HClO]_{\text{éq}}} = \frac{\frac{[ClO^-]_{\text{éq}}}{[HClO]_{\text{éq}}}}{\frac{[ClO^-]_{\text{éq}}}{[HClO]_{\text{éq}}} + 1} ;$$

$$\text{avec : } \frac{[ClO^-]_{\text{éq}}}{[HClO]_{\text{éq}}} = \frac{K_A}{[H_3O^+_{aq}]_{\text{éq}}} ; \text{ on obtient : } \alpha(ClO^-) = \frac{\frac{K_A}{[H_3O^+_{aq}]_{\text{éq}}}}{\frac{K_A}{[H_3O^+_{aq}]_{\text{éq}}} + 1} = \frac{K_A}{K_A + [H_3O^+_{aq}]_{\text{éq}}} ;$$

$$\text{On a : } [H_3O^+_{aq}]_{\text{éq}} = 10^{-pH} ; \text{ donc : } \alpha(ClO^-) = \frac{K_A}{K_A + 10^{-pH}}.$$

2.4/

2.4.1- La forme du couple correspondant à la courbe :

Pour $pH < pK_A$, la forme acide du couple $HClO_{aq} / ClO^-_{aq}$ est prédominante. La courbe de la figure 2 représente l'évolution de la portion de la forme acide $HClO_{aq}$: $\alpha(HClO_{aq})$ (exprimée en pourcentage) en fonction de pH .

2.4.2- Identification de l'espèce prédominante dans la solution(S) :

Graphiquement (fig2) : pour $pH = 5,5$, on a : $\alpha(HClO_{aq}) \approx 95\%$; donc : la forme acide $HClO$ est prédominante dans la solution (S).

2.5/

2.5.1- Valeur de la constante d'équilibre K de la réaction qui se produit :

L'équation chimique de la réaction ayant lieu est : $HClO_{aq} + HO_{aq}^- \longrightarrow ClO_{aq}^- + H_2O_l$

La constante d'équilibre correspondant à cette réaction est telle que :

$$K = \frac{[ClO_{aq}^-]}{[HClO_{aq}] \cdot [HO_{aq}^-]} = \frac{[ClO_{aq}^-] \cdot [H_3O_{aq}^+]}{[HClO_{aq}] \cdot [HO_{aq}^-] \cdot [H_3O_{aq}^+]} ; \text{ avec : } K_A = \frac{[ClO_{aq}^-] \cdot [H_3O_{aq}^+]}{[HClO_{aq}]}$$

et $K_e = [HO_{aq}^-] \cdot [H_3O_{aq}^+]$, on obtient : $K = \frac{K_A}{K_e}$; A.N : $K = 5.10^6$

2.5.2- Valeur du rapport $\frac{[HClO_{aq}]_{\acute{e}q}}{[ClO_{aq}^-]_{\acute{e}q}}$ et déduction :

* Valeur du rapport :

D'après le graphe (fig2), on trouve $\alpha(HClO_{aq}) = 50\%$.

Sachant que : $\alpha(HClO_{aq}) + \alpha(ClO_{aq}^-) = 100\%$; alors : $\alpha(ClO_{aq}^-) = 50\%$.

Par conséquent : $\frac{[HClO_{aq}]_{\acute{e}q}}{[ClO_{aq}^-]_{\acute{e}q}} = 1$;

*Déduction :

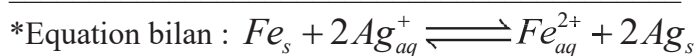
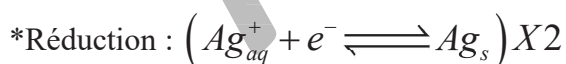
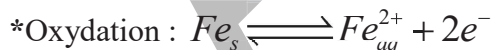
On a : $\frac{[HClO_{aq}]_{\acute{e}q}}{[ClO_{aq}^-]_{\acute{e}q}} = \frac{[H_3O_{aq}^+]_{\acute{e}q}}{K_A} = \frac{10^{-pH}}{10^{-pK_A}}$

Pour le couple $HClO_{aq} / ClO_{aq}^-$: $pK_A = -\log K_A = 7,3$; càd : $pH = pK_A$; alors : $\frac{[HClO_{aq}]_{\acute{e}q}}{[ClO_{aq}^-]_{\acute{e}q}} = 1$.

On déduit que les formes acide et base d'un même couple coexistent en proportions égales dans une solution aqueuse si le pH de cette solution est égal au pK_A du couple.

Partie II : Accumulateur Argent/Fer

1- Equation bilan de la réaction qui se produit lors du fonctionnement de l'accumulateur :



2- Vérification de l'expression de $[Ag_{aq}^+]_t$ à un instant t de fonctionnement :

On a : $[Ag_{aq}^+]_t = \frac{n(Ag_{aq}^+)_t}{V}$;

Soit x l'avancement de la réaction à l'instant t ; alors : $n(Ag_{aq}^+)_t = C_2 \cdot V - 2x$;

Par suite : $\left[Ag_{aq}^+\right]_t = C_2 - \frac{2x}{V}$; d'autre part la quantité de matière des électrons échangés est : $n(e^-) = 2x$;

Soit : $x = \frac{n(e^-)}{2}$ avec : $n(e^-) = \frac{I.t}{F}$; on obtient : $x = \frac{I.t}{2F}$; d'où : $\left[Ag_{aq}^+\right]_t = C_2 - \frac{I}{F.V}.t$;

$$\text{A.N. : } \left[Ag_{aq}^+\right]_t = 0,2 - 1,55.10^{-5}.t.$$

3- Valeurs de la durée t_d du fonctionnement de l'accumulateur et la concentration finale $\left[Fe_{aq}^{2+}\right]_f$

* **Durée t_d :**

Puisque Ag_{aq}^+ est le réactif limitant, alors : $\left[Ag_{aq}^+\right]_f = 0,2 - 1,55.10^{-5}.t_d = 0$; donc : $t_d \approx 1,3.10^4 s$

* **concentration finale $\left[Fe_{aq}^{2+}\right]_f$:**

On a : $\left[Fe_{aq}^{2+}\right]_f = \frac{n_f(Fe_{aq}^{2+})}{V}$; avec : $n_f(Fe_{aq}^{2+}) = C_1.V + x_f$ et $x_f = \frac{I.t_d}{2F.V}$; on obtient :

$$\left[Fe_{aq}^{2+}\right]_f = C_1 + \frac{I.t_d}{2F.V} ; \text{A.N. : } \left[Fe_{aq}^{2+}\right]_f = 0,3 \text{ mol.L}^{-1}.$$

PHYSIQUE

Exercice 1 : Ondes ultrasonores

1- Détermination de la célérité d'une onde ultra sonore dans l'air

1.1- Définition de la longueur d'onde :

La longueur d'onde λ est la distance séparant deux points consécutifs du milieu de propagation présentant le même état vibratoire.

1.2- Choix de la réponse juste :

La réponse b.

1.3- Célérité de l'onde dans l'air :

On a : $\lambda = v.T = \frac{v}{N}$; donc : $v = \lambda.N$;

D'autre part : $d = n.\lambda$; soit : $\lambda = \frac{d}{n}$;

en reportant ceci dans la relation précédente, on obtient : $v = \frac{d}{n}.N$; A.N. : $v = 340 \text{ m.s}^{-1}$.

2-Application à l'échographie : Valeur de la longueur ℓ_2 du fœtus

On a : $v_c = \frac{2\ell_2}{\Delta t}$; avec : $\Delta t = t_2 - t_1$, on obtient : $\ell_2 = \frac{v_c}{2}.(t_2 - t_1)$; A.N. : $\ell_2 = 3,85.10^{-2} \text{ m}$.

3- Diffraction de l'onde ultrasonore dans l'air

3.1- Comparaison de la longueur d'onde de l'onde incidente et l'onde diffractée

L'onde diffractée et l'onde incidente ont même longueur d'onde.

3.2- Valeur de la distance du déplacement du récepteur pour obtenir le premier minimum de U_m :

Pour un écart angulaire θ donné, on obtient le premier minimum d'amplitude U_m de la tension du récepteur en déplaçant ce dernier d'une distance d , telle que : $d = r.\theta$;

D'autre part : $\theta = \frac{\lambda}{a}$; par conséquent : $d = r.\frac{\lambda}{a}$; A.N. : $\lambda = 0,85 \text{ cm}$; d'où : $d \approx 13,1 \text{ cm}$.

Exercice2 : Electricité

Partie1 : Dipôle RL et circuit LC

1- Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension

1.1- Equation différentielle vérifiée par $i(t)$:

D'après la loi d'additivité des tensions, on écrit : $u_b + u_R = E$; càd : $L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i + R \cdot i = E$;

Par conséquent : $\frac{L}{R+r} \cdot \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R+r}$.

1.2- Expression de $i(t)$:

La solution de l'équation différentielle est sous forme : $i(t) = A \cdot e^{-\alpha \cdot t} + B$; d'où : $\frac{di}{dt} = -A \cdot \alpha \cdot e^{-\alpha \cdot t}$;

En reportant ceci dans l'équation différentielle, on obtient : $\frac{-A \cdot \alpha \cdot L}{R+r} \cdot e^{-\alpha \cdot t} + A \cdot e^{-\alpha \cdot t} + B = \frac{E}{R+r}$;

Soit : $A \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \left(\frac{-\alpha \cdot L}{R+r} + 1 \right) + \left(B - \frac{E}{R+r} \right) = 0$; cette relation est vérifiée si :

$\left(\frac{-\alpha \cdot L}{R+r} + 1 \right) = 0$ et $\left(B - \frac{E}{R+r} \right) = 0$; donc : $\alpha = \frac{R+r}{L}$ et $B = \frac{E}{R+r}$;

D'autre part, à $t = 0$: $i(0) = A + B = 0$; càd : $A = -B = -\frac{E}{R+r}$;

Finalement, l'expression de $i(t)$ est : $i(t) = \frac{E}{R+r} \left(1 - e^{-\frac{R+r}{L} \cdot t} \right)$.

1.3-

1.3.1- Valeurs de R_1 et r :

En régime permanent : $\frac{di}{dt} = 0$ et $i = I_m = \frac{E}{R+r}$;

*Pour $R = R_1$: $I_{m_1} = \frac{E}{R_1+r}$; donc : $R_1+r = \frac{E}{I_{m_1}}$; graphiquement (courbe C_1) : $I_{m_1} = 125mA$;

Alors : $R_1+r = 12\Omega$ (1) ;

*Pour $R = 2R_1$: $I_{m_2} = \frac{E}{2R_1+r}$; donc : $2R_1+r = \frac{E}{I_{m_2}}$; graphiquement (courbe C_2) : $I_{m_2} = 75mA$;

Alors : $2R_1+r = 20\Omega$ (2) ;

De (2)-(1), on obtient : $R_1 = 8\Omega$; il s'ensuit que : $r = 4\Omega$.

1.3.2- Vérification de la valeur de L :

On a : $\tau_1 = \frac{L}{R_1+r}$; d'où : $L = \tau_1 \cdot (R_1+r)$;

A.N : Graphiquement (courbe C_1) : $\tau_1 = 50ms$; donc : $L = 0,6H$.

2- Etude d'un circuit LC

2.1- Conservation de l'énergie totale E_t :

On a : $E_t = E_C + E_m$; avec : $E_C = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2 = \frac{1}{2} C \cdot U_0^2 \cdot \cos^2(2\pi \cdot f_0 \cdot t + \varphi)$

Et :

$$E_m = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L C^2 \left(\frac{du_C}{dt} \right)^2 = \frac{1}{2} L C^2 (4\pi^2 f_0^2 U_0^2 \sin^2(2\pi f_0 t + \varphi)) = \frac{1}{2} C U_0^2 \sin^2(2\pi f_0 t + \varphi)$$
$$\left(f_0^2 = \frac{1}{4\pi^2 L C} \right);$$

en remplaçant dans l'expression de E_t , on obtient : $E_t = \frac{1}{2} C U_0^2 (\cos^2(2\pi f_0 t + \varphi) + \sin^2(2\pi f_0 t + \varphi))$;

Finalement : $E_t = \frac{1}{2} C U_0^2 = cte$; l'énergie totale du circuit LC est constante.

2.2- Détermination de la capacité C et la tension U_0

On a : $E_t = E_C + E_m$; d'où : $E_m = E_t - E_C = \frac{1}{2} C U_0^2 - \frac{1}{2} C u_C^2$;

L'expression de E_m est sous forme de : $E_m = \alpha - \beta u_C^2$; avec : $\alpha = \frac{1}{2} C U_0^2$ et $\beta = -\frac{1}{2} C$;

Finalement : $C = -2\beta$ et $U_0 = \sqrt{\frac{2\alpha}{C}}$;

A.N : Graphiquement (fig4) :

$$* \beta = \frac{0,4 \cdot 10^{-3} - 0}{0 - 400} = -10^{-6} ; \text{ d'où : } C = 2 \cdot 10^{-6} F = 2 \mu F ;$$

$$* \alpha = 0,4 \cdot 10^{-3} ; \text{ d'où : } U_0 = 20V .$$

Partie II : Modulation d'amplitude

1- Fréquence de l'onde porteuse :

La tension de sortie $u_s(t)$ (tension modulée) s'écrit sous forme:

$$u_s(t) = A \cdot [1 + m \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t)] \cdot \cos(2\pi \cdot F \cdot t) ; \text{ alors : } 2\pi \cdot F = 4\pi \cdot 10^5 ; \text{ par suite : } F = 2 \cdot 10^5 \text{ Hz} .$$

2- Choix de la réponse juste :

La réponse b :

L'amplitude de la tension de sortie est telle que : $U_s(t) = A \cdot [1 + m \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t)]$.

Donc : $U_s(t)$ est maximale, si : $\cos(2\pi \cdot f \cdot t) = 1$; d'où : $U_{s \max} = 3 \cdot [1 + 0,4] = 4,2V$.

3- Vérification des conditions d'une modulation de bonne qualité :

On a : $m = 0,4 < 1$ et $F \gg 10f$; donc, la modulation est de bonne qualité.

4- Expression de $u_s(t)$ sous forme de la somme de 3 fonction sinusoïdales et représentation du spectre

* Expression de $u_s(t)$:

On a :

$$u_s(t) = 3 [1 + 0,4 \cos(8\pi \cdot 10^3 t)] \cdot \cos(4\pi \cdot 10^5 t) = 3 \cos(4\pi \cdot 10^5 t) + 1,2 \cos(8\pi \cdot 10^3 t) \cdot \cos(4\pi \cdot 10^5 t)$$

$$\text{Soit : } u_s(t) = 3 \cos(4\pi \cdot 10^5 t) + \frac{1,2}{2} [\cos(4,08\pi \cdot 10^5 t) + \cos(3,92\pi \cdot 10^5 t)] ;$$

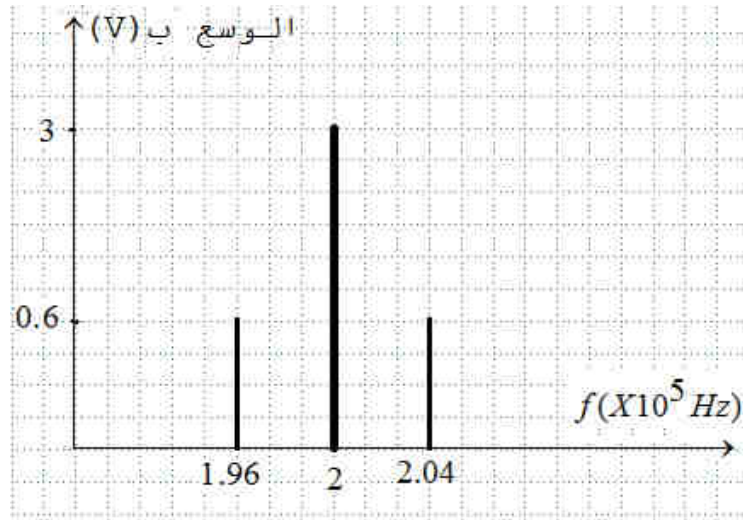
$$\text{Donc : } u_s(t) = 3 \cos(4\pi \cdot 10^5 t) + 0,6 \cos(4,08\pi \cdot 10^5 t) + 0,6 \cos(3,92\pi \cdot 10^5 t),$$

$$\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a + b) + \cos(a - b)] ;$$

Par conséquent :

$u_s(t)$ est la somme de trois tensions sinusoïdales de fréquences : $1,96 \cdot 10^5 \text{ Hz}$; $2 \cdot 10^5 \text{ Hz}$; $2,04 \cdot 10^5 \text{ Hz}$.

* représentation du spectre :



5- Réception de l'onde modulée par le circuit bouchon :

Fréquence propre du circuit bouchon : $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}}$; A.N : $f_0 = 145\text{Hz}$;

On note que : $f_0 \ll F_p$; alors : le circuit bouchon ne permet pas la réception de l'onde modulée.

Exercice3 : Mécanique

Partie I : Mouvement d'un skieur

1- Première phase : mouvement du skieur sur un plan incliné

1-1- Equation différentielle vérifiée par la vitesse v :

Au cours de son mouvement, le skieur est soumis à : son poids \vec{P} , la force de traction \vec{F} et l'action du plan incliné \vec{R} ($\vec{R} = \vec{R}_T + \vec{R}_N$).

En appliquant la deuxième loi de Newton dans le référentiel terrestre, on écrit : $\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = m.\vec{a}$;

En projetant cette relation sur l'axe (Ox) du repère ($O; \vec{i}_1; \vec{j}_1$), on obtient : $P_x + F_x + R_x = m.a_x$; avec :

$P_x = -m.g.\sin\alpha$, $F_x = F.\cos(\beta - \alpha)$, $R_x = -R_T = -f$ et $a_x = \frac{dv}{dt}$; on obtient :

$$\frac{dv}{dt} + g.\sin\alpha + \frac{f}{m} - \frac{F}{m}.\cos(\beta - \alpha) = 0.$$

1.2/

1.2.1- Valeur de a_x :

De ce qui précède, on note que l'accélération a_x est constante. Le mouvement du skieur est rectiligne uniformément varié. Donc, l'équation de la vitesse s'écrit: $v = a_x.t + v_0$; ($v_0 = 0$).

a_x représente le coefficient directeur de la courbe $v = f(t)$ (fig2) ; Graphiquement :

$$a_x = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1-0}{2-0} = 0,5\text{m.s}^{-2}.$$

1.2.2- Dédution de l'intensité de la force \vec{F} :

A partir de l'équation différentielle, on obtient : $F = \frac{m.a_x + m.g.\sin\alpha + f}{\cos(\beta - \alpha)}$; A.N : $F = 425\text{N}$.

1.2.3- Valeur de k :

On a : $k = \frac{f}{R_N} (1) ;$

Détermination de l'expression de R_N :

En projetant la relation de la deuxième loi de Newton sur l'axe (Oy) , on obtient : $P_y + F_y + R_y = a_y ;$

avec : $P_y = -m.g.\cos\alpha, F_y = F.\sin(\beta - \alpha), R_y = R_N$ et $a_y = 0 ;$

Alors : $-m.g.\cos\alpha + F.\sin(\beta - \alpha) + R_N = 0 ;$ par suite : $R_N = m.g.\cos\alpha - F.\sin(\beta - \alpha) ;$

En reportant ceci dans la relation (1), on obtient : $k = \frac{f}{m.g.\cos\alpha - F.\sin(\beta - \alpha)} ;$ A.N : $k = 0,28$

2- Deuxième phase : phase du saut

2.1- Expressions numériques des équations horaires $x(t)$ et $y(t)$:

Au cours du mouvement de la chute libre, le skieur est soumis à son poids \vec{P} ;

D'après la deuxième loi de Newton dans le référentiel terrestre, on écrit : $\vec{P} = m.\vec{a}_G ;$

Par projection sur les axes (Ox) et (Oy) du repère $(S; \vec{i}; \vec{j})$, on obtient : $a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0$ et $a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g ;$

Par intégration et tenant compte des conditions initiales, on déduit :

$(v_x = v_0.\cos\alpha$ et $v_y = -g.t + v_0.\sin\alpha) ;$ puis : $(x(t) = v_0.\cos\alpha.t$ et $y(t) = -\frac{1}{2}g.t^2 + v_0.\sin\alpha.t) ;$

A.N : $x(t) = 9,2.t$ (1) et $y(t) = -4,9.t^2 + 3,9.t$ (2).

2.2- Vérification de l'équation de la trajectoire :

En éliminant la variable t entre les équations (1) et (2), on obtient : $y = -5,8.10^{-2}x^2 + 0,42x .$

2.3- Longueur du saut :

Les coordonnées du point d'impact B dans le repère $(S; \vec{i}; \vec{j})$ sont : $x_B = SB.\cos\theta$ et $y_B = -SB.\sin\theta ;$

A partir de l'équation de la trajectoire, on obtient : $\frac{y_B}{x_B} = -5,8.10^{-2}x_B + 0,42 ;$

soit : $-\tan\theta = -5,8.10^{-2}SB.\cos\theta + 0,42 ;$ d'où : $SB = \frac{\tan\theta + 0,42}{5,8.10^{-2}.\cos\theta} ;$ A.N : $SB = 34,6m .$

Partie II : Mouvement d'un pendule simple

1/

1.1- Expression de l'énergie potentielle de pesanteur du pendule :

On a : $E_{pp} = m.g.z + C ;$ pour $z = 0 : E_{pp}(0) = 0 ;$ donc : $C = 0 ;$ par suite : $E_{pp} = m.g.z ;$

D'autre part : $z = \ell.(1 - \cos\theta)$ et $\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2} ;$ donc : $E_{pp} = m.g.\ell.\frac{\theta^2}{2} .$

1.2- Valeur de l'énergie mécanique du pendule :

En absence de frottements, l'énergie mécanique du pendule se conserve.

Par conséquent : $E_m = E_{pp_{\max}} = m.g.\ell.\frac{\theta_m^2}{2} ;$ A.N : $E_m = 4,7.10^{-4} J .$

1.3- Equation différentielle vérifiée par $\theta(t)$:

L'énergie mécanique du pendule est constante, alors : $\frac{dE_m}{dt} = 0 ;$

Avec : $E_m = E_c + E_{pp} = \frac{1}{2}m.v^2 + \frac{1}{2}m.g.\ell.\theta^2 = \frac{1}{2}m.(\ell.\dot{\theta})^2 + \frac{1}{2}m.g.\ell.\theta^2 ;$

Il s'ensuit que : $\frac{dE_m}{dt} = m.l^2.\dot{\theta}.\ddot{\theta} + m.g.l.\theta.\dot{\theta} = 0$; soit : $m.l.\dot{\theta}.(l.\ddot{\theta} + g\theta) = 0$;

Par conséquent : $\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\theta = 0$.

2/

2.1- Expression de T_0 et vérification de sa dimension :

* Expression de T_0 :

On a : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

* vérification de sa dimension :

On a : $[T_0] = \sqrt{\frac{[L]}{[g]}}$; avec : $[g] = [L].[t]^{-2}$ (accélération), on obtient : $[T_0] = \sqrt{\frac{[L]}{[L].[t]^{-2}}} = [t]$;

Donc T_0 est homogène à un temps

2.2- Valeur de T_0 et déduction du nombre de signaux émis durant Δt :

* Valeur de T_0 :

$T_0 = 1s$.

* Déduction du nombre de signaux émis durant Δt :

Chaque signal est émis au bout d'une demi-période $\frac{T_0}{2}$; donc : $\Delta t = n.\frac{T_0}{2}$ (n : nombre de signaux émis) ;

Par suite : $n = \frac{2\Delta t}{T_0}$; A.N : $n = 20$.

3- Vérification de l'expression de la vitesse angulaire $\dot{\theta}(t)$:

L'énergie mécanique se conserve, alors : $E_m(t) = E_m(S) = cte$; càd : $\frac{1}{2}m.l^2.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m.g.l.\theta^2 = \frac{1}{2}m.l^2.\dot{\theta}_S^2$

($E_{pp}(S) = 0$) ; d'où : $\dot{\theta}_S^2 = \dot{\theta}^2 + \frac{g}{l}.\theta^2$; par suite : $\dot{\theta}^2 = \dot{\theta}_S^2 - \frac{g}{l}.\theta^2$ (1) ;

D'autre part : $E_m(B) = E_m(S)$; càd : $\frac{1}{2}m.g.l.\theta_m^2 = \frac{1}{2}m.l^2.\dot{\theta}_S^2$ ($E_c(B) = 0$) ; d'où : $\frac{\dot{\theta}_S^2}{\theta_m^2} = \frac{g}{l}$;

En reportant ceci dans la relation (1), on obtient : $\dot{\theta}^2 = \dot{\theta}_S^2 \left(1 - \left(\frac{\theta}{\theta_m} \right)^2 \right)$;

Par suite : $\dot{\theta} = \pm \dot{\theta}_S \sqrt{1 - \left(\frac{\theta}{\theta_m} \right)^2}$.