ثانوية موسى بن نصير نيابة الخميسات	فرض محروس رقم 02 الدورة الأولى 2015/2014	2 بكالوريا علوم رياضية مدة الإنجاز : أربع ساعات ذ : عبدالله بن الختير

✓ تخصص نقطة إضافية لحسن التنظيم و جودة التحرير و الدقة في الأجوبة:

❖ **التمرين رقم 01: (1,5 نقطة)**

⇦ لتكن a و b و c أعدادا حقيقية .

1,5 ✓ بين أن المعادلة : $(E): 4ax^3+3bx^2+2cx-(a+b+c)=0$ تقبل حلا على الأقل في المجال $]0;1[$.

❖ **التمرين رقم 02: (1,5 نقطة)**

⇦ لتكن f دالة متصلة على $\left[\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right]$ و قابلة للإشتقاق على $\left]\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right[$ بحيث :

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{4}+f\left(\frac{\pi}{4}\right) .$$

1,5 ✓ بين أنه : $\left(\exists c\in\left]\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right[\right);\left(1+\cos^2(2c)\right)\times f'(c)=2\sin(2c)$.

❖ **التمرين رقم 03: (03 نقط)**

⇦ لتكن f الدالة المعرفة على $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ بما يلي :

$$f(x)=\sqrt[3]{\sin x} .$$

1 **1)**- بين أن f تقابل من $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ نحو مجال J ينبغي تحديده .

1 **2)**- بين أن f^{-1} قابلة للإشتقاق على $]0;1[$ و أن : $(\forall x\in]0;1[);\left(f^{-1}\right)'(x)=\frac{3x^2}{\sqrt{1-x^6}}$.

1 **3)**- أدرس قابلية إشتقاق f^{-1} على اليمين في الصفر و على اليسار في $x_0=1$.

❖ **التمرين رقم 04: (03 نقط)**

⇦ لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$f(x)=-x+\sqrt{1+x^2} .$$

1 **1)**- بين أن f تقابل من $\mathbb{R}$ نحو $\mathbb{R}^{*+}$.

2)- لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^{*+}$ بما يلي : $g(x)=x.f^{-1}(x)$.

0,5 أ- بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R});\ f'(x)=-\frac{f(x)}{x+f(x)}$.

1,5 ب- بين أن : $\left(\forall x\in\mathbb{R}^{*+}\right);g'(x)=-x$ ، ثم إستنتج تعبير الدالة f^{-1} على $\mathbb{R}^{*+}$.

❖ **التمرين رقم 05:** (11 نقطة)

⇦ لتكن f الدالة المعرفة على $]1;+\infty[$ بما يلي :

$$\left(\forall x\in]1;+\infty[\right);\ f(x)=\frac{Acr\tan\left(\sqrt[3]{x-1}\right)}{\sqrt[3]{x-1}} \text{ و } f(1)=1 .$$

0,5 **1)**- أ- بين أن f متصلة على اليمين في $x_0=1$.

0,5 ب- بين أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل بجوار $+\infty$ مقاربا أفقيا ينبغي تحديده .

1,25 **2)**- أ- باستعمال مبرهنة رول بين أنه : $\left(\forall t\in\mathbb{R}^{*+}\right)\left(\exists c\in]0;t[\right);\frac{t-Arc\tan t}{t^3}=\frac{1}{3\left(1+c^2\right)}$.

0,25 ب- إستنتج النهاية : $\lim\limits_{t\to 0^+}\frac{t-Arc\tan t}{t^3}$.

0,75 ج- أدرس قابلية إشتقاق f على اليمين في $x_0=1$ ، ثم أول هندسيا النتيجة .

0,75 **3)**- أ- باستعمال مبرهنة التزايدات المنتهية ، بين أن : $\left(\forall t\in\mathbb{R}^{*+}\right);Arc\tan(t)-\frac{t}{1+t^2}>0$.

1 ب- بين أن : $\left(\forall x\in]1;+\infty[\right);\ f'(x)=\frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^4}}\left(\frac{\sqrt[3]{x-1}}{1+\sqrt[3]{(x-1)^2}}-Arc\tan\left(\sqrt[3]{x-1}\right)\right)$.

1,25 ج- ضع جدول تغيرات f ، ثم أرسم المنحنى $\left(C_f\right)$ في معلم متعامد و ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1,25 **4)**- بين أن المعادلة : $(E): f(x)=x-1$ تقبل حلا وحيدا α في $]1;+\infty[$ و أن $\alpha\in]1;2[$.

1 **5)**- أ- بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده .

1 ب- أرسم المنحنى $\left(C_{f^{-1}}\right)$ في المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

6)- لتكن G دالة قابلة للإشتقاق على $]1;+\infty[$ بحيث : $\left(\forall x\in]1;+\infty[\right);G'(x)=f(x)$.

0,75 ✓ بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}G\left(\sqrt{x+1}\right)-G\left(\sqrt{x}\right)=0$.

7)- لكل x من $]1;+\infty[$ ، نضع : $F(x)=G\left(x^2\right)-G(2x)$.

0,75 ✓ بين أن F قابلة للإشتقاق على $]1;+\infty[$ ، ثم أحسب $F'(x)$ لكل x من $]1;+\infty[$.

❖ **تمارين إضافية:**

❖ **تمرين رقم 01:**

⇦ لتكن f دالة متصلة على $[0;1]$ و قابلة للإشتقاق على $]0;1[$ بحيث :

$$\left(\forall x\in]0;1[\right);\ f'(x)\neq 0 \text{ و } f(0)=0 .$$

✓ بين أن : $\left(\forall x\in]0;1]\right);\ f(x)>0$ أو $\left(\forall x\in]0;1]\right);\ f(x)<0$.

❖ تمرين رقم 02:

1)- لتكن f دالة عددية قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث :

$(\forall x \in \mathbb{R}); f'(x) \le k$ ، حيث k عدد حقيقي معلوم سالب قطعا .

✓ أثبت أن الدالة f تقابل من $\mathbb{R}$ نحو $\mathbb{R}$.

2)- لتكن g دالة عددية قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث :

$(\forall x \in \mathbb{R}); g'(x) < 0$.

✓ هل الدالة g تقابل من $\mathbb{R}$ نحو $\mathbb{R}$ ؟ علل جوابك .

❖ Exercice 03 :

⇦ Soit f une fonction dérivable strictement croissante sur $[-1;2]$ vérifiant :

$$(\forall x \in]-1;2[); f'(x) \le \frac{1}{2}$$

✓ Répondre par vrai ou faux en justifiant :

$$(i):(\exists \alpha \in]-1;2[);\ 3f'(\alpha) - f(2) + f(1) = 0$$

(ii): f^{-1} est dérivable en $\beta = f(\alpha)$ et que : $\left(f^{-1}\right)'(\beta) = \dfrac{3}{f(2) - f(-1)}$

$$(iii):(\forall x \in [-1;2]);\left|f(x) - f(0)\right| \le \frac{1}{2}|x|$$

On suppose de plus que $f(-1) = 0$ et que $f(2) = 1$; alors :

(iv): l'équation $(E): f(x) = x$ admet une solution unique $\lambda \in]-1;2[$

إنتهى الموضوع .

abouzakariyamaths@gmail.com
riyadiyat.net