I. تعاريف و خاصيات

1. تعريف

دالة اللوغاريتم النبيري هي الدالة الأصلية للدالة $x \to \frac{1}{x}$ على المجال $]0; +\infty[$

والتي تنعدم في 1 و يرمز لها ب ln

2. نتائج

- $ln(1) = 0$
- $ln(e) = 1$ $\quad e = 2,718$
- ln دالة متصلة و قابلة للإشتقاق على المجال $]0; +\infty[$
- $ln'(x) = \frac{1}{x}$
- ln دالة تزايدية قطعا على المجال $]0; +\infty[$
- $ln(x) = ln(y) \Leftrightarrow x = y$ $\quad x, y > 0$
- $ln(x) > ln(y) \Leftrightarrow x > y$ $\quad x, y > 0$
- $ln(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$
- $ln(x) \leq 0 \Leftrightarrow 0 < x \leq 1$
- $ln(x)$ يمكن أن يكون موجبا أو سالبا ولكن ما بداخل ln يكون دائما موجبا

3. خاصيات

ليكن x و y من $\mathbb{R}_*^+$ و r من $\mathbb{Q}$

$$ln(xy) = ln(x) + ln(y)$$

$$ln\left(\frac{x}{y}\right) = ln(x) - ln(y)$$

$$ln\left(\frac{1}{x}\right) = -ln(x)$$

$$ln(x^r) = rln(x)$$

4. ملاحظات

لكل x من المجال $]0;+\infty[$ و y من $\mathbb{R}$

- $x = e^y \quad \Leftrightarrow \quad ln(x) = y$
- $ln(x^2) = 2ln(x) \qquad x \in \mathbb{R}^*$
- $ln(x^n) = nln|x| \qquad x \in \mathbb{R}^*$
- $ln(\sqrt{x}) = \frac{1}{2}ln(x) \qquad x \in \mathbb{R}^+$
- $ln(\sqrt[n]{x}) = \frac{1}{n}ln(x) \qquad x \in \mathbb{R}^+$

5. اشتقاق الدالة اللوغاريتمية

$$\left(ln(x)\right)' = \frac{1}{x}$$

$$\left(ln\left(u(x)\right)\right)' = \frac{u'(x)}{u(x)}$$

$$\left(ln\,|u(x)|\right)' = \frac{u'(x)}{u(x)}$$

II. النهايات

1. خاصيات

$$\lim_{x\to+\infty} ln(x) = +\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{ln(x)}{x} = 0^+$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{ln(x)}{x^n} = 0^+$$

$$\lim_{x\to0^+} ln(x) = -\infty$$

$$\lim_{x\to0^+} x\,ln(x) = 0^-$$

$$\lim_{x\to0^+} x^n\,ln(x) = 0^-$$

$$\lim_{x\to1} \frac{ln(x)}{x-1} = 1$$

$$\lim_{x\to0} \frac{ln(x+1)}{x} = 1$$

2. **نتائج**

$$\lim_{x\to x_0} u(x) = +\infty \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to x_0} ln\big(u(x)\big) = +\infty$$

$$\lim_{x\to x_0} u(x) = 0^+ \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to x_0} ln\big(u(x)\big) = -\infty$$

$$\lim_{x\to x_0} u(x) = +\infty \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to x_0} \frac{ln\big(u(x)\big)}{[u(x)]^n} = 0$$

$$\lim_{x\to x_0} u(x) = 0^+ \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to x_0} [u(x)]^n ln\big(u(x)\big) = 0$$

$$\lim_{x\to x_0} u(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to x_0} \frac{ln(u(x)+1)}{u(x)} = 1$$

III. التمثيل المبياني للدالة