ثانوية محمد بن الحسن الوزاني التأهيلية نيابة الخميسات	فرض تجريبي 3 16-01-2014	المستوى: الثانية باك ع ح أ - ع ف ذ. محمد بوفتال

التمرين رقم 1

أسئلة هذا التمرين مستقلة فيما بينها

1. أحسب ما يلي: $\ln(e^3)$ و $\ln(e^2\sqrt{e})$
2. بسط ما يلي: $A=\ln(7+4\sqrt{3})+2\ln(2-\sqrt{3})$
3. حل في IR المعادلتين: أ- $\ln(x+2)=1$ ب- $\ln(x+3)+\ln(x+5)=\ln(15)$
4. حل في IR المتراجحتين: أ- $\ln(x^2)\le 1$ ب- $(\ln x)^2-\ln(x)\ge 0$
5. أحسب النهايات التالية: أ- $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x^2+1)}{x}$ ب- $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x^2+1)}{x}$ ج- $\lim\limits_{x\to 0^+} x\ln(x+\dfrac{1}{x})$

التمرين رقم 2

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in IN}$ المعرفة بما يلي: $\begin{cases}u_0=e-1\\ u_{n+1}=\sqrt{1+u_n}-1 & n\in IN\end{cases}$

1. أ- بين بالترجع أن $(\forall n\in IN)\quad 0\le u_n\le 2$

ب- بين أن المتتالية (u_n) تناقصية ثم استنتج أنها متقاربة

2. نعتبر المتتالية $(v_n)_{n\in IN}$ المعرفة بما يلي: $v_n=\ln(1+u_n)$

أ- بين أن المتتالية $(v_n)_{n\in IN}$ هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$

ب- أحسب v_n بدلالة n

ج- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ ثم استنتج أن $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=0$

التمرين رقم 3

A- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي: $\begin{cases}f(x)=x(\ln x)^2+x & x\succ 0\\ f(0)=0\end{cases}$

وليكن (ζ_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

❶ أ- بين أن $\lim_{x\to+\infty} x(\ln x)^2 = 0$ (يمكنك وضع $t=\sqrt{x}$)

ب- استنتج أن f دالة متصلة في الصفر

ج- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f يمين الصفر ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

❷ أ- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب- بين أن المنحنى (ζ_f) يقبل فرعا شلجميا اتجاه محور الأراتيب بجوار $+\infty$

❸ أ- بين أن $f'(x) = (1+\ln x)^2 \quad (\forall x \in]0;+\infty[)$

ب- استنتج جدول تغيرات الدالة f.

❹ أ- أحسب $f''(x) \quad (\forall x \in]0;+\infty[)$

ب- استنتج تقعر المنحنى ونقطة انعطافه

❺ أ- حدد معادلة المماس (T) للمنحنى في النقطة ذات الأفصول 1

ب- ادرس الوضع النسبي للمنحنى و المستقيم ذو المعادلة: $(T): y = x$

ج- انشئ المنحنى (ζ_f)

❻ أ- بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J يجب تحديده

ب- بين ان الدالة f^{-1} قابلة للإشتقاق في العدد 1 ثم أحسب $(f^{-1})'(1)$

ج- انشئ منحنى الدالة f^{-1} في نفس المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

B- لتكن المتتالية $(u_n)_{n\in IN}$ المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = \dfrac{1}{e} \\ u_{n+1} = f(u_n) \quad n \in IN \end{cases}$$

❶ بين أن $\dfrac{1}{e} \le u_n \le 1 \quad (\forall n \in IN)$

❷ بين أن المتتالية (u_n) تزايدية

❸ استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم حدد نهايتها