

التمرين الأول

باستعمال التعريف

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} x^2 - 2x = -1$$

بين أن $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 + 3x - 1 = 3$ و

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} - x = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+1} - x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x}{2x-1} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2-1}{x^2+1} = 3$$

التمرين الثاني

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3-\sqrt{x+5}}{x-4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{x^2-5x+4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+3x-4}{x^2-5x+4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+5}-\sqrt{3x+5}}{\sqrt{x+4}-2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-\sqrt{x+2}}{x^2-4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2-x}}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} E(x) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x(\sqrt{x^2-1}-\sqrt{x^2+1})$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+x+1}-x$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+x+1}-2x$$

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [\sqrt{x^2-x} + \sqrt{x^2+1} + 2x]$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} \frac{\sqrt{x^2-4}-\sqrt{x}+\sqrt{2}}{\sqrt{x-2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-2|}{x-2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+4}{x^2-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{\sqrt{x-1}-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x-1}}{x^2-3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1-\sqrt{x^2+1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} - \frac{1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{1-x^n}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x+4}{x^2-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\tan 3x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin 2x}{2(1-\cos x)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \tan x}{1-\cos x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{1+x^2+x^4}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x + \cos 2x}{\cos 3x + 3 \cos 4x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3}-2 \sin x}{1-2 \cos x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sqrt{1-\cos x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 2x}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)}{1-2 \sin x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{\sin^2(\pi x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x-\tan x}{3x-\sin x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sin x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \sin 2x}{1-\cos x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin x - \sqrt{3} \cos x}{x - \frac{\pi}{3}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\sin x}-1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \tan x$$

كروم رشيد

أحسب النهايات التالية

التمرين الثالث

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - x \sin x \quad \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} E\left(\frac{1}{x}\right) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x + \cos x}{x} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - 1}{x} \quad \lim_{x \rightarrow 0} x E\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} \quad \lim_{|x| \rightarrow +\infty} E(x) \quad \lim_{|x| \rightarrow 1} x^2 + 3x - 1 = 3 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} 4 - \frac{\cos x}{x}$$

التمرين الرابع

نعتبر الدالة $f(x) = -x + \sqrt{x - E(x)}$

حدد D_f ثم احسب $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ و $x_0 \in \mathbb{Z}$

بين أن $\forall x \in \mathbb{R} \quad -x \leq f(x) \leq -x + 1$

استنتج $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

كروم رشيد

التمرين الخامس

$$f(x) = \frac{x + \sqrt{x} - 2}{x - 2} \quad - 1$$

حدد D_f ثم أحسب النهايات عند محددات D_f

$$f(x) = x - \sqrt{x^2 + x + 2} \quad \text{اذا كان } x \geq 1 \quad - 2$$

$$f(x) = \frac{2x - \sqrt{x^2 + 3}}{x^2 + x - 2} \quad \text{اذا كان } x < 1$$

حدد D_f ثم أحسب النهايات عند محددات D_f

التمرين السادس

$$f(x) = \frac{x - E(x)}{x + E(x)} \quad \text{حدد } D_f \text{ أدرس } \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

- بين أن $\forall x \in]1; +\infty[\quad 0 < f(x) \leq \frac{1}{x+1}$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

- أعط تآطير ال $f(x)$ ل على المجال $]-\infty, -1[$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ كروم رشيد

التمرين الأول

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \tan x}{1 - \cos x} \quad \text{و}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 + 1} \right) \quad \text{احسب النهايات التالية}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin 2x}{2(1 - \cos x)^2}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} \frac{\sqrt{x^2 - 4} - \sqrt{x} + \sqrt{2}}{\sqrt{x} - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x^2} - 1}{1 - \cos x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 - x} + \sqrt{x^2 + 1} - \left(-2x + \frac{1}{2} \right) \right)$$

التمرين الثانى

با استعمال التعريف بين أن

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x}{2x - 1} = 2 \quad \text{و}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{x^2 + 5} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} x^2 + 3x - 1 = 3$$

التمرين الثالث

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x + 1} - 2x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 5x + 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 5x + 4} \quad \text{احسب}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3} - 2 \sin x}{1 - 2 \cos x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sqrt{1 - \cos x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x + 1} - x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2(\pi x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\tan x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)}{1 - 2 \sin x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{1 + \cos x}}{\sin x}$$

التمرين الرابع

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 E\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$f(x) = -x + \sqrt{x - E(x)} \quad \text{نعتبر}$$

حدد D_f

$$x_0 \in \mathbb{Z} \quad \text{حيث} \quad \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) \quad \text{احسب}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad -x \leq f(x) \leq -x + 1 \quad \text{بين أن}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \quad \text{استنتج}$$

التمرين الخامس

احسب النهايات التالية

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x-1}}{x^2-3}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{\sqrt{x-1}-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1+\sin x}-1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\sin x}-1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x} - \frac{1}{x}$$

التمرين 1

احسب النهايات التالية

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} xE(x) - 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-2|}{x-2}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1-x^4}}{x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{1-x^n}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-x^2)^n}{(1-x)(1-x^2)\dots\dots\dots(1-x^n)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin 4x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{x \sin x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sin 2x}{1 + \cos^3 x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 3x + 1}}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{\sin x} + \tan x}{\sqrt{x} + x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2(\pi x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \cos x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(1 - \cos \frac{1}{x}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{2 \cos x - \sqrt{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x^2 - 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \tan 3x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 1 + \sin \sqrt{x})$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x}}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} xE(\sqrt{x})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\tan 2x} - \sqrt{\tan 3x}}{\tan x - \tan 4x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 2 \sin x}{x - \frac{\pi}{6}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{\cos 3x} - \cos 5x}{x}$$

التمرين 2 نعتبر الدالة $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1} - (x+1)}{x}$ حدد D_f

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad |f(x)+1| \leq \frac{1}{2}|x| \quad \text{بين أن}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \quad \text{استنتج}$$

التمرين 3 نعتبر الدالة $f_m(x) = \frac{x+m}{|x-m|+m}$ حدد D_m مجموعة تعريف f_m

حدد نهايات f_m عند محداث D_m حسب قيم $m \in \mathbb{R}$

التمرين 4 باستعمال التعريف بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x} - x) = -\infty$ و

2010/02/14

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - x) = 0$$