

ثانوية وادي الذهب التأهيلية - تيفلت	الإشتقاق و تطبيقاته	السنة الأولى من البكالوريا
الأستاذ : محمد إعلو	Dérivation	مسلك العلوم التجريبية

▪ قابلية اشتقاق دالة في نقطة - التأويل الهندسي للعدد المشتق  
تمرين 01

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي:  $f(x) = x^2 - x$  و  $x_0 = 1$   
 (1)- أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  في النقطة  $x_0 = 1$   
 (2)- حدد معادلة المماس ( $T$ ) لمنحنى الدالة  $f$  في النقطة التي أفصولها  $1$

تمرين 02

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي:  $f(x) = \cos x$  و  $x_0 = \frac{\pi}{2}$   
 (1)- أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  في النقطة  $x_0 = \frac{\pi}{2}$   
 (2)- حدد معادلة المماس ( $T$ ) لمنحنى الدالة  $f$  في النقطة التي أفصولها  $\frac{\pi}{2}$

▪ التقريب المحلي لدالة بدالة تآلفية  
تمرين 03: التقريب المحلي لدالة بجوار  $x_0$

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}_+^*$  بما يلي:  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$   
 (1) - حدد التقريب التآلفي للعدد  $f(1+h)$  بجوار الصفر.  
 (2) - استنتج قيمة مقربة لكل من  $\frac{1}{\sqrt{0.998}}$  و  $\frac{1}{\sqrt{1.002}}$ .

تمرين 04

أثبت التقريبات التالية:  
 $\sqrt{1+h} \approx 1 + \frac{1}{2}h$        $(1+h)^3 \approx 1 + 3h$        $(1+h)^2 \approx 1 + 2h$   
 $\frac{1}{\sqrt{1+h}} \approx 1 - \frac{1}{2}h$        $\frac{1}{1-h} \approx 1 + h$        $\frac{1}{1+h} \approx 1 - h$

▪ الإشتقاق على اليمين و على اليسار في نقطة - التأويل الهندسي  
تمرين 05

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:  $f(x) = |x^2 - 1|$   
 (1)- أكتب  $f(x)$  بدون قيمة مطلقة  
 (2)- أ- أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  في  $1$  على اليمين  
 ب- أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة  
 (3)- أ- أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  في  $1$  على اليسار  
 ب- أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة  
 (4)- أ- أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  في الصفر  
 ب- أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة  
 (5)- لاحظ أن  $f$  دالة زوجية ثم أرسم منحناها في م.م.م  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

▪ نصف المماس العمودي لمنحنى دالة عددية

### تمرين 06

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}^+$  بما يلي:  $f(x) = \sqrt{x}$ .  
 (1) - أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  في  $0$  على اليمين  
 (2) - أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة

### تمرين 07

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على مجال  $I$  و  $x_0 \in I$   
 بين أن  $f$  قابلة للاشتقاق في  $x_0$  وحدد الدالة  $f'$  في الحالات التالية :  
 (1) -  $f(x) = x^2$  و  $I = \mathbb{R}$   
 (2) -  $f(x) = x^n, n \in \mathbb{N}^*$  و  $I = \mathbb{R}$   
 (3) -  $f(x) = \frac{1}{x}$  و  $I = \mathbb{R}^*$   
 (4) -  $f(x) = \sqrt{x}$  و  $I = ]0, +\infty[$   
 (5) -  $f(x) = \sin x$  و  $I = \mathbb{R}$

### تمرين 08

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  بما يلي:  $f(x) = \frac{1}{x}$ .  
 بين أن  $f$  قابلة للاشتقاق مرتين على كل من المجالين  $]0, +\infty[$  و  $] -\infty, 0[$   
 ثم حدد الدالة المشتقة الثانية للدالة  $f$ .

### المشتقات المتتالية

### تمرين 09

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي:  $f(x) = \frac{x}{x-1}$ .  
 (1) - حدد  $f'(x)$  و  $f''(x)$  و  $f'''(x)$   
 (2) - تظن  $f^{(n)}(x)$  حيث  $f^{(n)}(x)$  هي المشتقة من الرتبة  $n$  ( $n \geq 2$ ) للدالة  $f$ .  
 (3) - برهن على ذلك بالترجع.

### النهايات و العدد المشتق

### تمرين 10

أحسب النهايات التالية:  
 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{2 \cos x - \sqrt{2}}{2 \sin x - \sqrt{2}}$  و  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 1}{x - 1}$  و  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{2 \cos x - 1}{x - \frac{\pi}{3}}$

### العمليات على الدوال المشتقة

### تمرين 11

أحسب  $f'(x)$  في كل حالة من الحالات التالية:  
 (1) -  $f(x) = 2x^3 - 3x + 1$   
 (2) -  $f(x) = x^2 - 4\sqrt{x}$   
 (3) -  $f(x) = \frac{2x}{x-1}$   
 (4) -  $f(x) = x \cos x$   
 (5) -  $f(x) = 3x^2 - 4x\sqrt{x}$   
 (6) -  $f(x) = x - \frac{1}{x}$