

التمرين 1 (2نقط)

نعتبر المعادلة التفاضلية $(E): y'' - 2y' + 5y = 0$

(1) أعط حلول المعادلة التفاضلية (E)

(2) أعط الحل h للمعادلة (E) الذي يحقق $h(0) = h'(0) = 1$

1
1

التمرين 2 (3 نقط)

(1) تحقق أن $(\forall x \neq -1); x^2 - x + 1 - \frac{1}{x+1} = \frac{x^3}{x+1}$

(2) احسب التكامل $\int_0^1 \frac{x^3}{x+1} dx$

(2) استعمل مكاملة بالأجزاء و بين أن $\int_0^1 x^2 \ln(x+1) dx = \frac{2 \ln 2}{3} - \frac{5}{18}$

0.5

1

1.5

التمرين 3 (3.5 نقط)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة بما يلي
$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{3U_n + 2}{3 + 2U_n}; \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

(1) بين أن $\forall n \in \mathbb{N}; U_n > 1$

(2) أ- بين أن المتتالية (U_n) تناقصية , ماذا تستنتج .

(3) أ- بين أن المتتالية (V_n) المعرفة ب $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 1}$ هندسية حدد أساسها و حددها الأول V_0

ثم استنتج n بدلالة V_n ب- احسب U_n بدلالة n

المجموع $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_{n-1}$ ب- احسب بدلالة S_n

ب- احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

0.5

0.75

0.75

0.5

0.5

0.5

التمرين 4 (3.5 نقط)

(1) حل في المجموعة \mathbb{C} المعادلة $z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0$

(2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى المعلم $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ النقط A و B و C ذات الألقاق على

التوالي هي $z_A = 2\sqrt{2}$ و $z_B = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ و $z_C = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$

أ- أعط الشكل المثلثي و الأسي للأعداد z_A و z_B و z_C

ب- حدد الشكل المثلثي للعدد $\frac{z_A - z_B}{z_A - z_C}$ واستنتج طبيعة المثلث BAC

(3) ليكن h التحاكي الذي مركزه O ونسبته $\frac{\sqrt{2}}{2}$

أ- أعط التمثيل العقدي للتحاكي h

ب- بين أن $d = 1 + i$ هي لحق النقطة D صورة النقطة B بالتحاكي h

0.75

0.75

1

0.5

0.5

مسألة (8 نقط)

I) نعتبر الدالة المعرفة على \mathbb{R} بما يلي $g(x) = 1 + (x+1)e^{(1+x)}$

- 1) احسب $g(-2)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ 0.75
 2) بين أن $g'(x) = (2+x)e^{(x+1)}$ ثم أعط جدول تغيرات الدالة g 1
 3) استنتج إشارة g على \mathbb{R} 0.25

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = x(1 + e^{(x+1)}) - 1$

وليكن C منحنى الدالة في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{I}, \vec{J}) حيث $\|\vec{I}\| = \|\vec{J}\| = \frac{3}{2} cm$

- 1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وتحقق أن C يقبل فرعاً شامياً يجب تحديد اتجاهه. 1
 2) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى C بجوار $-\infty$ 1
 3) بين أن $\forall x \in \mathbb{R} : f'(x) = g(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f 0.5
 4) بين أن $\forall x \in \mathbb{R} : f''(x) = (2+x)e^{(x+1)}$ ثم حدد تقعر المنحنى C و نقطة انعطافها 0.5
 5) أ - ادرس الوضع النسبي للمستقيم (Δ) و المنحنى C 0.5
 ب - مثل (Δ) و المنحنى C في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{I}, \vec{J}) 1
 6) أ - باستعمال مكاملة بالأجزاء احسب $\int_{\ln \frac{1}{2}}^0 x e^{(x+1)} dx$ 1
 ب - استنتج S مساحة الحيز المستوي المحصور بين المنحنى C والمستقيمتين التي معادلاتها $x = \ln \frac{1}{2}$ و $x = 0$ و $y = x - 1$ 0.5

نضاه الرياضيات بالثانوي