المستوى	الثانية باكالوريا علوم تجريبية	الدرس	النهايات والاتصال
المادة	الريـــــاضـــــيـــــــــات	الموضوع	سلسلة تمارين رقم 3

صورة مجال بدالة متصلة

التمرين 1: حدد في كل حالة صورة المجالين I و J بالدالة المتصلة f

الدالة f	المجال I	المجال J
$f(x)=x+1$	$[-1;3[$	$]0;+\infty[$
$f(x)=x^2+1$	$[4;7]$	$]-\infty;1[$
$f(x)=1-\frac{1}{x}$	$]1;2]$	$\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$
$f(x)=x^3-2x+1$	$\mathbb{R}$	$]0;1[$

التمرين 2: f دالة متصلة على المجالين $]-\infty;1[$ و $]1;+\infty[$ وجدول تغيراتها كالتالي:

x	$-\infty$		-2		0		1		$-\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\searrow$	$-\infty$	$\nearrow$	2
	3								

حدد صور المجالات التالية بالدالة f:

$[-2;0]$; $[-2;1[$; $]-\infty;0[$; $]-\infty;1[$; $]1;+\infty[$

مبرهنة القيم الوسيطية وطريقة التفرع الثنائي

التمرين 3:

1) بين أن المعادلة $x^5-3x^4+x^2-1=0$ تقبل حلا على الأقل في المجال $[0;3]$

2) بين أن المعادلة $-x^3+x+1=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $[1;2]$

3) بين أن المعادلة $\frac{1}{2}\cos(x)=\frac{1}{(x+1)^2}$ تقبل حلا على الأقل في المجال $[2\pi;3\pi]$

التمرين 4: f و g دالتان عدديتان معرفتان كما يلي: $f(x)=x^3$ و $g(x)=3-x$

1) بين أن المعادلة $f(x)=g(x)$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1<\alpha<\frac{3}{2}$

2) احسب صور الأعداد التالية بالدالتين f و g : $\frac{5}{4}$ و $\frac{11}{8}$ و $\frac{21}{16}$

3) استنتج تأطيرا للعدد α سعته $6{,}25\times10^{-2}$

التمرين 5:

1) بين أن الدالة f المعرفة على المجال $A=[-1;+\infty[$ حيث $f(x)=3x+2$ تقبل دالة عكسية على مجال A' يجب تحديده. ثم اعط f^{-1}

2) بين أن الدالة g المعرفة على المجال $B=[2;+\infty[$ حيث $g(x)=\sqrt{x-2}$ تقبل دالة عكسية على مجال B' يجب تحديده. ثم اعط g^{-1}

3) بين أن الدالة h المعرفة على المجال $C=]-\infty;2]$ حيث $h(x)=2x^2-8x+5$ تقبل دالة عكسية على مجال C' يجب تحديده. ثم اعط h^{-1}

التمرين 6: f دالة عددية معرفة بالصيغة التالية: $f(x)=\frac{x-3}{x+2}$

1) حدد جدول تغيرات الدالة f

2) لتكن g قصور الدالة f على المجال $I=]-2;+\infty[$

أ- بين أن الدالة g تقبل دالة عكسية على مجال يجب تحديده

ب- حدد g^{-1}

التمرين 7: نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=x\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$

1) حدد D_f ثم أحسب نهايات f عند محدات D_f

2) أدرس رتابة f على المجال $[0;+\infty[$

3) بين أن لكل $x\in\mathbb{R}$: $f(x)=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}-x}$ ثم أدرس رتابة f على المجال $]-\infty;0]$

4) بين أن لكل $x\in\mathbb{R}$: $f(x)\times(f(x)-x^2)\geq 0$

5) بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} على مجال J يجب تحديده .

6) حدد $f^{-1}(x)$ حيث $x\in J$

التمرين 8:

1) أحسب ما يلي: $\sqrt[3]{125}$; $\sqrt[3]{\sqrt[4]{16}}$; $\sqrt[5]{\frac{1024}{243}}$; $\sqrt[2]{121}$; $\sqrt[10]{2^5 \times 8^{10}}$; $\sqrt[6]{7^{12}}$

2) بسط ما يلي :

$$A = \frac{\sqrt[3]{\sqrt{2}} \times \sqrt[12]{16}}{\sqrt[5]{2}} \quad ; \quad B = \frac{\sqrt[3]{\sqrt{8}} \times \sqrt{\sqrt[4]{32}}}{\sqrt{2} \times \sqrt[12]{64}} \quad ; \quad C = \sqrt[3]{8} \times \left(\sqrt[7]{2}\right)^7 \times \sqrt{\sqrt[3]{64}} \times \frac{\sqrt[4]{80}}{\sqrt[4]{5}}$$

$$D = \frac{\sqrt[3]{2} \times \sqrt[5]{16} \times \sqrt{\sqrt[3]{4}} \times \sqrt[15]{2}}{\sqrt[15]{256}} \; ; \; E = \sqrt[6]{\frac{2^5 \times 128 \times 10^6}{27^2}} \; ; \; F = \frac{(27)^{\frac{2}{9}} \times (81)^{\frac{1}{4}} \times (9)^{\frac{5}{2}}}{(3)^{\frac{17}{3}}}$$

التمرين 9: 1)أكتب مقامات الأعداد التالية على شكل عدد جذري:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2}+1} \quad ; \quad \frac{-5}{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}} \quad ; \quad \frac{2}{1+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}}$$

2) رتب الأعداد التالية في كل حالة:

$\sqrt[3]{4}$ و $\sqrt[5]{7}$; $\sqrt[6]{2}$ و $\sqrt[9]{3}$; $\sqrt[4]{7}$ و $\sqrt[8]{47}$; $\sqrt[2]{2}$ و $\sqrt[3]{3}$ و $\sqrt[4]{4}$ و $\sqrt[6]{6}$

التمرين 10: حل المعادلات التالية:

$x^4 = 81$; $x^3 + 125 = 0$; $(x-4)^3 + 1 = 0$; $(2x-3)^4 = 16$

$(x^2+1)^5 + 32 = 0$; $x\sqrt[5]{x} - 3 = 0$; $\sqrt[3]{1-\sqrt{x}} = \sqrt[6]{x}$; $x^6 - 3x^3 - 4 = 0$

$\sqrt[3]{(x+2)^2} + \sqrt[3]{x+2} - 2 = 0$; $\sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{1-x} = 2$

التمرين 11: حل المتراجحات التالية:

$x + 2 \leq \sqrt[3]{x^2+8}$; $3 + \sqrt{x+2} > \sqrt{2x+1}$; $\frac{(x^3-1)(x^3+8)}{x^3-3\sqrt{3}} < 0$

التمرين 12: حدد مجموعة تعريف كل دالة من الدوال التالية:

$f(x)=\sqrt{x^2+5x-4}$; $i(x)=\frac{4+x^2}{4-\sqrt[3]{x}}$

$g(x)=\sqrt[3]{x^2-2x}$; $j(x)=\frac{\sqrt[4]{x^2-1}}{\sqrt[3]{x^3-8}}$

$h(x)=\sqrt[5]{3-\frac{2}{x}}$; $k(x)=\left(4-x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}$

التمرين 13: أحسب النهايات التالية:

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{x+8}-2}{x}$; $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{x+63}-4}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-\sqrt[3]{x^3+x^2})$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[3]{x+2}}{\sqrt{x}-1}$; $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{sinx}{1-\sqrt[3]{x^3+1}}\right)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt[3]{x^3+x+1}-2\sqrt[3]{x^3+2})$

التمرين 14: f دالة عددية لمتغير حقيقي x حيث : $f(x)=\sqrt[3]{x^2+x}$

1) حدد D_f حيز تعريف الدالة f

2) احسب النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$

3) بين أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا في المجال $[1;2]$

4) لتكن الدالة g قصور الدالة f على المجال $I=]-\infty;-1]$. بين أن g تناقصية على المجال I

5) بين أن الدالة g تقبل دالة عكسية على مجال J يجب تحديده ثم اعط g^{-1}.