

■ التمرين رقم 01: (03pts)

1- حدد تبعاً لقيم البارامتر الحقيقي λ مجموعة حلول المعادلة: $\frac{1}{1+x^{2013}} = \lambda$ في \mathbb{R} .

2- أحسب كل نهاية مما يلي: (i): $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt[4]{\sin x} - \sqrt[3]{\sin x}}{\cos^2 x}$ و (ii): $\lim_{x \rightarrow 0^+ (0^-)} \frac{\text{Arc tan}(1 - \sqrt[3]{x^2}) - \frac{\pi}{4}}{x}$

■ التمرين رقم 02: (2,5pts)

1- نعتبر المعادلة: $(F_1): x^3 - 3\lambda^2 x + 2 = 0$ ، حيث $\lambda \in \mathbb{R}^+$.

■ حدد تبعاً لقيم λ من \mathbb{R}^+ عدد حلول المعادلة (F_1) في المجال $]0; 2\lambda]$.

2- نعتبر المعادلة: $(F_2): x^3 - 3\lambda x^2 - 3x + \lambda = 0$ ، حيث $\lambda \in \mathbb{R}$.

■ حدد تبعاً لقيم البارامتر الحقيقي λ عدد حلول المعادلة (F_2) في المجال $]0; 1]$.

■ التمرين رقم 03: (04pts)

⇔ نعتبر في \mathbb{R} المعادلة: $(G): \text{Arc tan}(x-1) = \text{Arc tan}\left(\frac{1}{x}\right) + \text{Arc tan}\left(\frac{19}{8}\right)$

و تكون f الدالة المعرفة على \mathbb{R}^* بما يلي: $f(x) = \text{Arc tan}(x-1) - \text{Arc tan}\left(\frac{1}{x}\right)$

1- أحسب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2- هل الدالة f تقبل تمديداً بالاتصال في الصفر؟ علل جوابك.

3- حدد ما يلي: $f(]0; +\infty[)$ و $f(]-\infty; 0])$.

4- أ- بين أن المعادلة (G) تقبل حلاً وحيداً ينتمي إلى المجال $]1; +\infty[$.

ب- حدد حل المعادلة (G) .

■ التمرين رقم 04: (4,5pts)

⇔ تكون f الدالة المعرفة على المجال $I =]-\infty; 0]$ بما يلي: $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 2x}}{x-1}$

1- بين أن f تقابل من I نحو مجال J ينبغي تحديده.

2- أحسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J .

3- تكون φ الدالة المعرفة على المجال $K = \left] \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right]$ بما يلي:

$$\left(\forall x \in \left] \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right] \right); \varphi(x) = \frac{1}{f^{-1}(\cos(2x))} \text{ و } \varphi\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

أ- بين أن φ متصلة على المجال K .

ب- بين أن: $\left(\forall x \in \left] \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right] \right); \varphi(x) = \frac{\sin(2x)}{\sin(2x) - 1}$

ج- بين أن φ تقابل من K نحو مجال L ينبغي تحديده، ثم أحسب $\varphi^{-1}(x)$ لكل x من L .

■ التمرين رقم 05: (06pts)

1- لتكن f الدالة المعرفة على $I = \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ بما يلي: $f(x) = \frac{1}{2\cos x}$.

أ- بين أن f تقابل من I نحو مجال J ينبغي تحديده. 0,75

ب- أحسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J . 0,75

2- لتكن φ الدالة المعرفة على القطعة $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ بما يلي: $\varphi(x) = \sin x - 2\cos^2 x$.

أ- ضع جدول تغيرات φ . 0,5

ب- بين أن المعادلة: $\varphi(x) = 0$ (E_1) تقبل حلا وحيدا α في $\left]0; \frac{\pi}{2}\right[$ و أن: $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{3}$. 0,75

ج- استنتج إشارة الدالة φ على $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. 0,5

3- لتكن h الدالة المعرفة على المجال $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ بما يلي: $h(x) = f(x) - x$.

أ- ضع جدول تغيرات h ، ثم بين أن: $h(\alpha) < 0$. 0,75

ب- بين أن المعادلة: $h(x) = 0$ (E_2) تقبل بالضبط حلين اثنين r_1 و r_2 بحيث: 1

$$\frac{\pi}{3} < r_2 < \frac{5\pi}{12} \text{ و } \frac{\pi}{6} < r_1 < \frac{\pi}{4}$$

4- أرسم في معلم متعامد و ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ المنحنيين (C_f) و $(C_{f^{-1}})$. 1

■ خطوة نحو الأقسام التحضيرية:

■ خطوة رقم 01:

1- لتكن f دالة عددية متصلة على \mathbb{R} بحيث:

$$f \text{ دورية دورها } T \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$$

■ بين أن الدالة f ثابتة على \mathbb{R} . 0,5

2- استنتج أن الدالة: $g: x \mapsto \sin x$ لا تقبل نهاية عندما تؤول x إلى $+\infty$. 0,5

■ خطوة رقم 02:

⇐ لتكن $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ دالة عددية تباينية و متصلة على \mathbb{R} .

■ بين أن الدالة f رتيبة قطعاً على \mathbb{R} (يمكنك الاستدلال بالخلف). 1

■ خطوة رقم 03:

⇐ لتكن f دالة عددية معرفة على \mathbb{R} و تحقق ما يلي:

$$(\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2); |f(x) - f(y)| \leq \frac{1}{2}|x - y|$$

■ بين أن المعادلة: $f(x) = x$ (E) تقبل حلا وحيدا في \mathbb{R} . 2

■ إنتهى الموضوع.