الثانية سلك الباكالوريا.ع. ر | فرض محروس : 6 | مدة الإنجاز (ساعتين)

ثانوية إبن عبدون التأهيلية –خريبكة- | 2017/04/14 | ذ. محمد الشرقاوي

التمرين 1 (04 نقط)

1) حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة $5x-7y=5$

2) حدد الأعداد الصحيحة النسبية x بحيث: $\begin{cases} x\equiv 0\ [5] \\ x\equiv 5\ [7] \end{cases}$

3) ليكن n عددا صحيحا طبيعيا كتابته في نظمة العد ذات الأساس 6 هي $n=\overline{\alpha 20003\beta}$

حدد α و β لكي يكون n قابلا للقسمة على 35

التمرين 2 (06 نقط)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة

$$(\mathcal{E}) : 11x-13y=7$$

1) أ- تحقق أن مجموعة حلول $(\mathcal{E})$ غير فارغة (دون حل المعادلة)

ب- باستعمال خوارزمية أقليدس أوجد حلا خاصا للمعادلة $(\mathcal{E})$ ثم استنتج مجموعة حلولها مبرزا مراحل الحل.

2) ليكن $(x;y)$ حلا للمعادلة $(\mathcal{E})$ في $\mathbb{Z}^2$

أ- حدد قيم $d=x\wedge y$ الممكنة

ب- حدد الحلول $(x;y)$ للمعادلة $(\mathcal{E})$التي تحقق $x\wedge y=7$

3) أ- حل في المجموعة $\mathbb{Z}$ المعادلة

$$(\mathcal{F}) : (n-1)^{11}\equiv -4[11]$$

(يمكنك استعمال مبرهنة فيرما)

ب- حل في المجموعة $\mathbb{Z}$ النظمة

$$(S) : \begin{cases} (n-1)^{11}\equiv -4\ [11] \\ (n-1)^{13}\equiv 2\ \ [13] \end{cases}$$

التمرين 3 (10 نقط)

1) نعتبر الدالة العددية $\mathcal{F}$ المعرفة بما يلي:

$$\forall x\in\mathbb{R}^* : \mathcal{F}(x)=x\int_x^{2x}\frac{e^t}{t^2}.dt \text{ و } \mathcal{F}(0)=\frac{1}{2}$$

1) بين أن $\mathcal{F}$ معرفة على $\mathbb{R}$

2) أ- بين أن $\forall x\geq 0\ \ \frac{e^x}{2}\leq\mathcal{F}(x)\leq\frac{e^{2x}}{2}$

وأن $\forall x\leq 0\ \ \frac{e^{2x}}{2}\leq\mathcal{F}(x)\leq\frac{e^x}{2}$

ب- استنتج أن $\mathcal{F}$ متصلة في 0

3) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}\mathcal{F}(x)$ و $\lim\limits_{n\to-\infty}\mathcal{F}(x)$

4)

أ- بين أن $\forall x\in\mathbb{R}^* : \mathcal{F}(x)=e^x-\frac{e^{2x}}{2}+x\int_x^{2x}\frac{e^t}{t}.dt$

ب- بين أن $\mathcal{F}$ قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}^*$

وأن $\forall x\in\mathbb{R}^* : \mathcal{F}'(x)=\int_x^{2x}\frac{e^t}{t}.dt$

5) بين أن: $\forall x\in\mathbb{R}^+ : e^x\ln 2\leq\int_x^{2x}\frac{e^t}{t}.dt\leq e^{2x}\ln 2$

وأن $\forall x\in\mathbb{R}^- : e^{2x}\ln 2\leq\int_x^{2x}\frac{e^t}{t}.dt\leq e^x\ln 2$

ب- استنتج $\lim\limits_{x\to 0}\int_x^{2x}\frac{e^t}{t}.dt$

6) أ- تحقق أن

$$\forall x\in\mathbb{R}^* : \mathcal{F}(x)-\frac{1}{2}=-\frac{(e^x-1)^2}{2}+x\int_x^{2x}\frac{e^t}{t}.dt$$

ب- استنتج أن $\mathcal{F}$ قابلة للإشتقاق في الصفر

ج- أعط جدول تغيرات $\mathcal{F}$