Lycée Med Ben Hassan El ouazzani Khemisset	Année scolaire 2018/2019
	Date : 8/10/18
Niveau : Tronc commun scientifique international	Matière : Mathématiques
	Devoir libre N° 1 du 1ére semestre

<u>Exercice 1 :</u>

1) Soient a et b deux entiers naturels .

Montrer que le nombre ab(a+b) est pair .

2) Soient a et b deux entiers naturels tels que : b = a (2a+3) . Etudier la parité du nombre du nombre b suivant la parité du nombre a .

<u>Exercice 2 :</u>

1) Soient x et y duex entiers naturels tels que : $y=(x+1)^2-x^2$

Montrer que le nombre y est impair .

2) Trouver un entier naturels a tel que : $(a+1)^2-a^2=147$.

3) Est-il possible d'avoir $(b+1)^2-b^2=896754320$ *où b est un entier naturel ? justifiez la réponse .*

<u>Exercice 3 :</u>

1) On considère les nombres a = 1113 et b = 523 . Déterminer le plus grand diviseur commun et le plus petit multiple commun aux nombre a et b .

2) On considère les nombres $a=64^2\times45^2\times17$ *et* $b=27\times36\times13^3$ *. Déterminer le plus grand diviseur commun et le plus petit multiple commun aux nombre a et b .*

<u>Exercice 4 :</u>

On considère le nombre : $u=\frac{1}{5}+\frac{5}{12}+\frac{7}{24}+\frac{1}{12}+\frac{1}{120}+12$.

1) Montrer que : $u\in\mathbb{N}$.

2) Montrer que le nombre u est premier .

<u>Exercice 5 :</u>

Soient x et y deux entiers naturels tels que : $x^2+y^2-xy=39$.

1) Montrer que $(2x+y)^2+3y^2=156$ *et en déduire que* $y\leq7$.

2) Déterminer les valeurs possibles des entiers naturels x et y .

<u>Exercice 6 :</u>

Soient x et y deux nombres réels non nuls tels que : $x^2+y^2=4xy$.

1) Calculer $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$ *et* $\frac{x-y}{x+y}$.

<u>Exercice7:</u>

Soient α *et* β *deux nombres réels tels que :* $\alpha+\beta=3$ *et* $\alpha^2+\beta^2=11$

Calculer $\alpha^3+\beta^3$, $\alpha^4+\beta^4$, $\alpha^6+\beta^6$.

Exercice 9 :

Factoriser les expressions suivantes :

$A = x^3 + 1 - 2x\left(x^2 - 1\right)$

$B = x\left(5x - 3\right) + 2\left(x - 1\right)^2 - 2$

$C = \left(5x - 3\right)\left(x + 1\right) - 6x + 10x^2 + \left(3 - 5x\right)^2$

Exercice 10 :

Soient a et b deux réels : $a = 1 + \sqrt{4 - \frac{3}{2}\sqrt{7}}$ *et* $b = 1 + \sqrt{4 + \frac{3}{2}\sqrt{7}}$

1) Vérifier que : $\left(3 - \sqrt{7}\right)^2 = 4\left(4 - \frac{3}{2}\sqrt{7}\right)$ *et* $\left(3 + \sqrt{7}\right)^2 = 4\left(4 + \frac{3}{2}\sqrt{7}\right)$

2) Montrer que : a+b=5 .

3) Montrer que : $\left(a - 1\right)\left(b - 1\right) = \frac{1}{2}$.

4) En déduire la valeur du produit ab .

Exercice 11 :

Montrer les égalités suivantes :

❶ $\sqrt{3 + \sqrt{5}} = \sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$

❷ $\left(\frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{4}\right)^2 + \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{4}\right)^2 = 1$

❸ $\left(\frac{\sqrt{85} + 1}{2}\right)^3 - \left(\frac{\sqrt{85} - 1}{2}\right)^3 = 64$

Exercice 12 :

On considère le triangle ABC . Soient G ; H ; K et L des points du plan définis par les égalités vectorielles suivantes :

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \quad ; \quad 2\overrightarrow{HB} + 3\overrightarrow{HC} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{KA} + 3\overrightarrow{KC} = \vec{0} \quad ; \quad \overrightarrow{LA} + 2\overrightarrow{LB} + 3\overrightarrow{LC} = \vec{0}$$

1) Montrer que : $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} = \vec{0}$.

2) Montrer que : $\overrightarrow{BH} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$.

3) Exprimer $\overrightarrow{AK}$ *en fonction* $\overrightarrow{AC}$.

4) Montrer que L est milieu de $\left[GC\right]$.

5) Montrer que L , A et H sont alignées .

6) Montrer que L appartient à la droite (BK) .

7) Que peut-on dire des droites (GC) ; (HA) et (KB) ?