2 بكالوريا علوم رياضية	فـــرض محــــروس رقـــم **03**	ثانوية موسى بن نصير
ذ : عبدالله بن لختير	الدورة الأولى : 2010/2009	نيابة الخميسات

■ التمرين رقم **01**: $(04pts)$

← الجزء الأول: $(1{,}5pts)$

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي : $f(x)=1-x^2e^{1-x^2}$.

1)- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

2)- أرسم المنحنى (C_f) في معلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

← الجزء الثاني: $(2{,}5pts)$

ليكن n من $\mathbb{N}^*-\{1\}$ ، و نعتبر في $\mathbb{R}^+$ المعادلة : $(\mathrm{E}_n): f(x)=\dfrac{1}{n}$.

1)- بين أن المعادلة (E_n) تقبل بالضبط حلين مختلفين α_n و β_n بحيث $0<\alpha_n<1<\beta_n$.

2)- مثل في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ الحدود الثلاثة الأولى لكل من المتتاليتين $(\alpha_n)_{n\geq2}$ و $(\beta_n)_{n\geq2}$.

3)- أدرس رتابة كل من $(\alpha_n)_{n\geq2}$ و $(\beta_n)_{n\geq2}$ ، ثم إستنتج أنهما متقاربتان .

4)- أحسب نهاية كل من $(\alpha_n)_{n\geq2}$ و $(\beta_n)_{n\geq2}$ ، ماذا تستنتج ؟

■ التمرين رقم **02**: $(06pts)$

← الجزء الأول: $(4{,}5pts)$

لتكن f الدالة المعرفة بما يلي :

$$f(x)=\ln\left(\frac{e^x-1}{x}\right)\ ;\ x\neq 0 \quad \text{و} \quad f(0)=0 .$$

1)- بين أن : $D_f=\mathbb{R}$ ، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2)- أدرس إتصال و قابلية إشتقاق الدالة f في الصفر .

(نقبل أن : $(\forall x\in\mathbb{R}^*);\dfrac{1}{2}e^{\frac{x-|x|}{2}}\leq\dfrac{e^x-(x+1)}{x^2}\leq\dfrac{1}{2}e^{\frac{x+|x|}{2}}$) .

3)- بين أن f قابلة للإشتقاق على كل من المجالين $]0;+\infty[$ و $]-\infty;0[$ و أن :

$$(\forall x\in\mathbb{R}^*);\ f'(x)=\frac{\varphi(x)}{x(e^x-1)} \text{ ، حيث : } \varphi(x)=xe^x-e^x+1 .$$

4)- أدرس تغيرات الدالة φ على $\mathbb{R}$ و إستنتج إشارتها على $\mathbb{R}^*$ ، ثم ضع جدول تغيرات f .

5)- أدرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C_f) ، ثم أرسم (C_f) في معلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

6)- بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R}^*);\ f(x)-x=f(-x)$ ، ثم إستنتج إشارة الفرق $f(x)-x$ على $\mathbb{R}^{*+}$.

- **الجزء الثاني** : $(1;5pts)$

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$u_0 \in \mathbb{R}^{*+}$ و $(\forall n\in\mathbb{N}); u_{n+1} = f(u_n)$.

1)- بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}); u_n > 0$.

2)- أدرس رتابة المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ، ثم إستنتج أنها متقاربة .

3)- حدد نهاية المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

■ التمرين رقم 03: $(10pts)$

- **الجزء الأول**: $(3;5pts)$

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(t) = \dfrac{1-t}{2} - e^{\frac{t}{2}}$.

1)- بين أن الدالة f تقابل من $\mathbb{R}$ نحو $\mathbb{R}$.

2)- إستنتج أن المعادلة : $f(t)=0$ تقبل حلا وحيدا α و أن : $-1<\alpha<0$.

3)- إستنتج إشارة $f(t)$ تبعا لقيم t من $\mathbb{R}$.

4)- لكل t من $\mathbb{R}$ ، نضع : $\varphi(t) = f(t) + \dfrac{1}{2}e^{\frac{t}{2}}$.

أ- حدد منحى تغيرات الدالة φ على $\mathbb{R}$.

ب- أحسب $\varphi(0)$ ، ثم إستنتج أن : $(\forall t\in]-\infty;0]); f(t)e^{-\frac{t}{2}} \geq -\dfrac{1}{2}$.

- **الجزء الثاني**: $(05pts)$

لتكن F الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $\mathrm{F}(x) = (x+1)e^{-\frac{x}{2}} - x - 1$.

و ليكن (C_{F}) المنحنى الممثل للدالة F في معلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث الوحدة هي $3cm$.

1)- أحسب النهايتين : $\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{F}(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{F}(x)$.

2)- بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R}); \mathrm{F}'(x) = f(x)e^{-\frac{x}{2}}$ ، ثم ضع جدول تغيرات الدالة F .

3)- حدد نقط تقاطع المنحنى (C_{F}) مع محور الأفاصيل .

4)- بين أن المنحنى (C_{F}) يقبل بجوار $-\infty$ فرعا شلجميا و حدد إتجاهه .

5)- بين أن المنحنى (C_{F}) يقبل بجوار $+\infty$ مقاربا مائلا (Δ) ينبغي تحديده .

6)- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_{F}) و مقاربه المائل (Δ) .

7)- أرسم المنحنى (C_{F}) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (نعطي : $\alpha \approx -\dfrac{1}{2}$ و $\mathrm{F}(\alpha) = \dfrac{1}{6}$) .

➜ **الجزء الثالث**: $(2;5pts)$

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$u_0=\frac{1}{4} \text{ و } (\forall n\in\mathbb{N});u_{n+1}=\mathrm{F}(-u_n) .$$

1)- بين بالترجع أن : $(\forall n\in\mathbb{N});u_n\in\left]0;1\right[$.

2)- بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N});u_{n+1}\leq\frac{1}{2}u_n$ (يمكنك إستعمال متفاوتة التزايدات المنتهية) .

3)- إستنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة محددا نهايتها .

إنتهى الموضوع .

يؤخذ بعين الإعتبار حسن التنظيم و جودة التحرير و الدقة في الأجوبة .