المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

أكاديمية كلميم وادي نون
المديرية الإقليمية لطانطان

تاريخ التمرير: الجمعة 18 مارس 2016
مدة الإنجــاز: 3H

المباراة العامة الإقليمية للعلوم والتقنيات
دورة مارس 2016

المستوى الدراسي: الأولى علوم رياضية

Exercice1 : (3pts)

1)- Ecrire en utilisant les quantificateurs logiques les deux propositions suivantes :

P : « $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ est constante »

Q : « l'ensemble $\mathbb{R}$ n'est pas majoré»

2)- Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$, avec $n\geq 5$: $1\times 2\times 3\ldots\times n\geq (n+1)^2$.

3)- Montrer que: $\left(\forall x\in\mathbb{R}: x^2+mx+m>0\right)\Leftrightarrow m\in\left]0;4\right[$ (m paramètre réel).

4)- Montrer que l'application $f:(n;x)\mapsto n+x$ est une bijection de $\mathbb{Z}\times[0;1[$ vers $\mathbb{R}$ et déterminer sa bijection réciproque f^{-1}.

التمرين الأول: (3ن)

1)-أكتب العبارتين التاليتين باستعمال المكممات المنطقية :

P : « $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ دالة ثابتة »

Q : « المجموعة $\mathbb{R}$ غير مكبورة »

2)- بين بالترجع أن لكل n من $\mathbb{N}$ مع $n\geq 5$:

$1\times 2\times 3\ldots\times n\geq (n+1)^2$.

3)- بين أن : $\left(\forall x\in\mathbb{R}: x^2+mx+m>0\right)\Leftrightarrow m\in\left]0;4\right[$ ،

(m بارامتر حقيقي).

4)- بين أن التطبيق $f:(n;x)\mapsto n+x$ تقابل من $\mathbb{Z}\times[0;1[$ نحو $\mathbb{R}$ وحدد تقابله العكسي f^{-1} .

Exercice2 : (8pts)

Pour tout m de $\mathbb{R}\setminus\{-2;3\}$, on considère la fonction f_m définie comme suit : $f_m(x)=\dfrac{(1-m)x+6}{x-m}$.

Soit (C_m) sa courbe dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ et Ω_m le centre de symétrie de la courbe (C_m).

1)- a- Montrer que pour tout m de $\mathbb{R}\setminus\{-2;3\}$, (C_m) est une hyperbole et déterminer le couple de coordonnées de son centre Ω_m.

b- En déduire que les centres Ω_m varient sur une droite (Δ) dont on déterminera une équation.

2)- Déterminer la valeur de vérité de la proposition suivante, en justifiant votre réponse :

$$\left(\exists M\in(P)\right)\left(\forall m\in\mathbb{R}\setminus\{-2;3\}\right): M\in(C_m)$$

3)- Déterminer les limites de f_m, aux bornes de son domaine de définition D_m.

4)-a- Calculer $f'_m(x)$ en fonction de m, pour tout x de D_m

b- Donner suivant les valeurs de m le tableau de variations de la fonction f_m.

5)- a- Montrer que : $y=\dfrac{m+2}{m-3}x-\dfrac{15}{m-3}$ est une équation de la tangente (T_m) au point d'abscisse 3.

b- En déduire les valeurs de m pour lesquelles la

التمرين الثاني:(8ن)

لكل m من $\mathbb{R}\setminus\{-2;3\}$ نعتبر الدالة العددية f_m المعرفة بما يلي:

$f_m(x)=\dfrac{(1-m)x+6}{x-m}$.

ليكن (C_m) منحناها في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ و Ω_m مركز تماثل المنحنى (C_m).

1) أ - بين أن لكل m من $\mathbb{R}\setminus\{-2;3\}$ ، (C_m) هو هذلول وحدد زوج إحداثيتي مركزه Ω_m.

ب – استنتج أن المراكز Ω_m تتغير في مستقيم (Δ) يجب تحديد معادلة له.

2)- حدد قيمة حقيقة العبارة التالية معللا جوابك :

$$\left(\exists M\in(P)\right)\left(\forall m\in\mathbb{R}\setminus\{-2;3\}\right): M\in(C_m)$$

3)- حدد نهايات الدالة f_m عند محدات مجموعة تعريفها D_m.

4)-أ – أحسب $f'_m(x)$ بدلالة m، لكل x من D_m.

ب - اعط حسب قيم m جدول تغيرات الدالة f_m .

5)-أ – بين أن $y=\dfrac{m+2}{m-3}x-\dfrac{15}{m-3}$ هي معادلة للمماس (T_m) في

tangente (T_m) est parallèle à la droite (D) d'équation $y=-x+5$. 6)- Tracer la tangente $\left(T_{\frac{1}{2}}\right)$ et la courbe $\left(C_{\frac{1}{2}}\right)$.	النقطة التي أفصولها 3. ب - استنتج قيم m بحيث يكون المماس (T_m) موازيا للمستقيم (D) ذي المعادلة $y=-x+5$. 6)-أرسم المماس $\left(T_{\frac{1}{2}}\right)$ و المنحنى $\left(C_{\frac{1}{2}}\right)$.
Exercice3 : (8pts) Soit ABC un triangle équilatéral tel que : $\overline{\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)}\equiv-\frac{\pi}{3}[2\pi]$ et I le milieu du segment $[BC]$. On considère le point G tel que : $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$. 1)- Montrer que G est le barycentre des points pondérés $(A;a)$, $(B;b)$ et $(C;c)$ en déterminant les valeurs des nombres a , b et c. 2)-On considère la rotation r qui transforme le point C en B et le point B en A et le point A en C. a- Montrer que $r(G)=G$. b- Déterminer l'angle de la rotation r . c- Déterminer l'image du point I par la rotation r .	**التمرين الثالث:(3ن)** ليكن ABC مثلثا متساوي الأضلاع بحيث: $\overline{\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)}\equiv-\frac{\pi}{3}[2\pi]$ و I منتصف القطعة $[BC]$. نعتبر النقطة G بحيث: $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$. 1)- بين أن G مرجح النقط المتزنة $(A;a)$ و $(B;b)$ و $(C;c)$ محددا قيمة الأعداد a و b و c . 2)-نعتبر الدوران r الذي يحول النقطة C إلى النقطة B والنقطة B إلى النقطة A والنقطة A إلى النقطة C. أ – بين أن: $r(G)=G$. ب – حدد زاوية الدوران r . ج – حدد صورة النقطة I بالدوران r .
Exercice4 : (3pts) On considère les suites numériques (u_n) et (v_n) définies par : $u_0=\frac{3}{4}$ et $(\forall n\in\mathbb{N}): u_{n+1}=\frac{4u_n-1}{2u_n+1}$ et $(\forall n\in IN): v_n=\frac{2u_n-\alpha}{u_n-\alpha}$, (α un nombre réel). 1)- calculer u_1 et v_0. 2)- Déterminer la valeur du nombre α pour que (v_n) soit géométrique en déterminant sa raison. 3)- On pose $\alpha=1$.Déterminer v_n en fonction de n et en déduire que pour tout n de IN : $u_n=\frac{2^{n-1}+3^n}{3^n+2^n}$.	**التمرين الرابع: (3ن)** نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين بما يلي: $u_0=\frac{3}{4}$ و $(\forall n\in\mathbb{N}): u_{n+1}=\frac{4u_n-1}{2u_n+1}$ و $(\forall n\in IN): v_n=\frac{2u_n-\alpha}{u_n-\alpha}$. (α عدد حقيقي) 1)أحسب u_1 و v_0. 2) حدد قيمة العدد α لكي تكون (v_n) هندسية محددا أساسها . 3) نضع $\alpha=1$. حدد v_n بدلالة n واستنتج أن لكل n من IN : $u_n=\frac{2^{n-1}+3^n}{3^n+2^n}$
Exercice5 :(3pts) On pose pour tout x de $\mathbb{R}$: $A(x)=2\sin 2x+2\sin x-\sqrt{3}(2\cos x+1)$ 1)- Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$: $A(x)=(2\cos x+1)(2\sin x-\sqrt{3})$ 2)- Résoudre dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$ l'équation $A(x)=0$ 3)- Résoudre dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$ l'inéquation $A(x)\geq 0$	**التمرين الخامس: (3ن)** نضع لكل x من $\mathbb{R}$: $A(x)=2\sin 2x+2\sin x-\sqrt{3}(2\cos x+1)$. 1) بين أن لكل x من $\mathbb{R}$: $A(x)=(2\cos x+1)(2\sin x-\sqrt{3})$. 2) حل في المجال $]-\pi;\pi]$ المعادلة $A(x)=0$. 3) حل في المجال $]-\pi;\pi]$ المتراجحة $A(x)\geq 0$.