عناصر إجابة الفرض الثاني

المستوى: ثانية ثانوي إعدادي | تاريخ التمرين: الجمعة 18 فبراير 2022 | مدة الإنجاز: ساعتان

1 تقديم

يتضمن موضوع الفرض الثاني للأولمباد الجهوية في الرياضيات 2024 ، أربعة تمارين موزعة على المحاور الأربعة الواردة في المنهاج الأولمبي لمادة الرياضيات، "نسخة نونبر 2021 " كما يلي:

1.1 التمرين الأول:

يرمي التمرين الأول إلى تدريب المتعلمين والمتعلمات على نمط الاستدلال الهندسي، وذلك بملاحقة الزوايا المتقايسة ($Chasse\ aux\ angles$) ...

وفي هذا المثال يتم توظيف الخاصيات التالية:

- خاصية الزاويتين المتبادلتين داخليا
- تعريف منصف زاوية
- خاصية مجموع قياسات زوايا مثلث

2.1 التمرين الثاني:

يغطي التمرين الثاني مجال الجبر، المكون الثاني من مقرر الرياضيات الأولمبية، ويهدف إلى تنمية وتطوير التفكير الجبري لدى المتعلمين بالمرور من نمط الاستدلال الحسابياتي إلى تعرف النمط والصيغة الجبرية المناسبة:

في هذا التمرين، وبعد ملاحظة لائحة الأعداد، يستنتج التلميذ أن المرور من الحد 3 إلى الحد 8 يتم بإضافة العدد 5 وأن المرور من الحدد 8 إلى الحد 16 يتم بضربه في العدد (-2)

$$\overbrace{3} \curvearrowright +5 = \overbrace{8} \times(-2) = -16\ldots$$

وبتطبيق الصيغة السابقة يتم الحصول على العددين المطلوبين: 27 و -54

3.1 التمرين الثالث:

يهدف التمرين الثالث إلى ملامسة جزء من محور "نظرية الأعداد" ($number\ theory$) أو ما يعرف بالحسابيات في المقرر الدراسي.

يقوم المتعلم في هذا التمرين بتحويل المجموع: $(k+1)+(k+2)+(k+3)+\cdots+(k+19)$ إلى الصيغة $Somme = 19(k+10)$

يلاحظ المترشح بعدها، أن هذا المجموع يكون مربعا كاملا إذا كان $k+10=19$ أي $k=9$

ثم يتحقق في مرحلة أخيرة أن هذه القيمة هي أصغر عدد يحقق الشرط المطلوب.

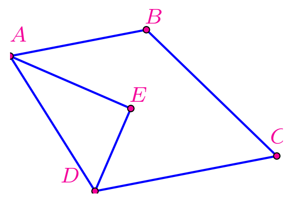
4.1 التمرين الرابع:

يهدف التمرين الرابع إلى تعويد المتعلمين على نمط الاستدلال في إطار الرياضيات المتقطعة ($discret\ mathematics$) وحثهم على القيام بعدة محاولات من خلال طرح أمثلة متعددة للكشف عن القاعدة المنطقية التي تربط بين الأعداد، حيث سيشتغل التلميذ ضمنيا وبدون ذكر ذلك، لأنه ليس مطلوبا، على القاعدة $u_n = u_{n-1}+n$ التي نكتفي برصد مؤشرات على الاستدلال الذي قام به.

وعليه نجد بأن العدد 2022 يوجد في السطر 64 وبالتالي فإن العدد الذي فوقه هو : $2022-63=1959$

2 عناصر إجابة الفرض

Exercice 1 :
Dans la figure ci-dessous, $ABCD$ est un trapèze de bases $[AB]$ et $[DC]$. Le point E est l'intersection des bissectrices intérieures des angles $\widehat{ADC}$ et $\widehat{BAD}$



- Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{AED}$? Justifier votre réponse.

Barème 1 : 5 points
- 1pt pour l'utilisation des angles alternes internes
- 1pt pour l'utilisation de la bissectrice d'un angle
- 1pt pour l'utilisation de la somme des angles d'un triangle
- 2pts pour le résultat $\widehat{AED} = 90°$

Exercice 2:
Observer la liste des nombres entiers relatifs ci-dessous, puis compléter de manière logique.

$$3\ ;\ 8\ ;\ -16\ ;\ -11\ ;\ 22\ ;\ \ldots\ ;\ \ldots\ ;\ -49$$

- Expliquer votre raisonnement.

Barème 2 : 5 points
- 2pts pour la formule

$$\overbrace{3}\curvearrowright +5 = \overbrace{8} \times(-2) = -16\ldots$$

- 3pts pour le résultat : 27 ; -54

Exercice 3:
Trouver le plus petit entier naturel k , pour lequel la somme $(k+1)+(k+2)+(k+3)+\cdots+(k+19)$ est un carré parfait.
- Exemple : 49 est un carré parfait car : $7^2 = 49$

Barème 3 : 5 points
- 2pts pour la formule $Somme = 19(k+10)$
- 1pts pour le résultat :
  la valeur de $k = 9$ donne un carré parfait
- 2pts pour la le résultat :
  9 est le plus petit entier répondant à la question.

Exercice 4:
On arrange les entiers naturels $\{1; 2; \ldots 2022\}$ dans une grille triangulaire comme suit :

1					
2	3				
4	5	6			
7	8	9	10		
11	12	13	14	15	
16	17	18	19	20	21

$\ldots \qquad \ldots \qquad \ldots$

- Quel est l'entier naturel qui se trouve dans la case au dessus du nombre 2022 ? Justifier votre réponse.

Barème 4 : 5 points
- 3pts pour la conjecture :
  La ligne n se termine par le nombre $\dfrac{n(n+1)}{2}$
- 2pts pour avoir donné les lignes 63 et 64 :

Ligne 63	1954	1955	1956	1957	1958	**1959**	...	2016
Ligne 64	2017	2018	2019	2020	2021	2022		

- $1959 = 2022 - 63$

NB :
Pour chaque exercice, toute autre solution complète vaut 5pts .