Prof : BEN ELKHATIR Lycée alfath - Khémisset	سلسلة حول المتتاليات العددية	الثانية علوم تجريبية 2007/2006

- **تمرين01:**

1)- حدد الأساس r و الحد الأول u_0 لمتتالية حسابية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ إذا علمت أن :

$u_0+u_1+...+u_5=-3$ و $u_7+u_8+...+u_{12}=-129$.

2)- حدد نهاية المتتالية العددية (x_n) في كل حالة من الحالات التالية :

$(1): x_n=\left(\dfrac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\right)^{2n}$ و $(2): x_n=\dfrac{4^n-\pi^n}{3^n-\pi^n}$ و $(3): x_n=\dfrac{1+2+3+...+n}{n^2}$ و $(4): x_n=\dfrac{2.n^{\frac{3}{2}}+3^n}{n^{\frac{7}{2}}+4^n}$.

- **تمرين02:**

نعتبر المتتالية العددية $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ بحيث : $x_0=-1$ ، $x_1=1$ و $\forall n\in\mathbb{N}: x_{n+2}=x_{n+1}-\dfrac{1}{4}x_n$.

و لكل n من $\mathbb{N}$ نضع : $u_n=2^n x_n$ و $v_n=x_{n+1}-\dfrac{1}{2}x_n$.

1)- بين أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية و حدد أساسها و حدها الأول v_0 ، ثم عبر عن v_n بدلالة n .

2)- بين أن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية و حدد أساسها و حدها الأول u_0 .

3)- عبر عن u_n ثم x_n بدلالة n ، ثم بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}/n\geq 2: \left(\dfrac{3}{2}\right)^n\geq n$.

4)- حدد النهاية $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{n}{2^n}$ ، ثم إستنتج نهاية المتتالية $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

- **تمرين03:**

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $u_0=2$ و $\forall n\in\mathbb{N}: u_n=2u_{n+1}+2n+3$.

و لكل n من $\mathbb{N}$ نضع : $S_n=u_0+u_1+....+u_n=\sum\limits_{k=0}^{n}u_k$.

1)- بين أنه يوجد عدد صحيح طبيعي b تكون من أجله المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ التي حدها العام $v_n=u_n+bn-1$ متتالية هندسية ينبغي تحديد أساسها و حدها الأول v_0 .

2)- إستنتج تعبيرا للحد العام v_n ثم u_n بدلالة n مهما يكن n من $\mathbb{N}$.

3)- عبر عن المجموع S_n بدلالة n مهما يكن n من $\mathbb{N}$ ، ثم إستنتج نهاية المتتالية $\left(\dfrac{S_n}{n^2}\right)_{n\in\mathbb{N}^*}$.

- **تمرين04:**

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ بحيث : $u_0=-\dfrac{1}{2}$ و $\forall n\in\mathbb{N}: u_{n+1}=-1+\dfrac{1+u_n}{\sqrt{1+u_n^2}}$.

و لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=-1+\dfrac{1+x}{\sqrt{1+x^2}}$.

1)- بين أن الدالة f متصلة على المجال $I=]-1,0[$ و أن $f(I)\subseteq I$.

2)- بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}: u_n\in I$ و أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ رتيبة قطعا .

3)- إستنتج أن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة و حدد نهايتها .

abouzakariya@yahoo.fr