تمرين 1:

1) $(S): (x-3)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$

المركز $\Omega(3,2,1)$ و الشعاع 3.

2) $d(\Omega,(\Delta)) = \frac{\|\vec{A\Omega}\wedge\vec{u}\|}{\|\vec{u}\|} = \sqrt{\frac{17}{2}}$ $\vec{A\Omega}(-2,-1,2)$

3) $(\Delta): \begin{cases} x=5 \\ y=7+t \\ z=-1-t \end{cases}$ نعوض في معادلة (S) فنجد: $t^2+7t+12=0$

$t=-3$ $t=-4$ نقطتا التقاطع هما $E(5,3,3)$ $F(5,4,2)$

4) E و F نقطتان من (S) إذن $\Omega E=\Omega F$

إذن Ω تنتمي لـ (P) إذن (P) يقطع (S) في دائرة مركزها Ω و نصف قطرها $R=3$

5) Ω منتمية عليها إذن معادلتها: $(R): y-z+d=0$

لدينا $d(\Omega,(R))=3$ إذن $\frac{|2-1+d|}{\sqrt{2}}=3$

ومنه $|d+1|=3\sqrt{2}$ أي $d=3\sqrt{2}-1$ أو $d=-3\sqrt{2}-1$

المستويان هما: $(R_1): y-z-3\sqrt{2}-1=0$, $(R_2): y-z+3\sqrt{2}-1=0$

تمرين 2:

1) لدينا $u_0=-3<-2$ ونفترض أن $u_n<-2$ لدينا

$u_{n+1}+2=\frac{3(u_n+2)}{4-u_n}<0$ لأن $u_n+2<0$ و $4-u_n>0$

2) $u_{n+1}-u_n=\frac{u_n^2+u_n-2}{4-u_n}=\frac{(u_n+2)(u_n-1)}{4-u_n}>0$

لأن $u_n-1<0$ و $u_n+2<0$ و $4-u_n>0$

ومنه (u_n) تزايدية ومكبورة بـ (-2) إذن متقاربة.

3) أ) $v_{n+1}=\frac{\frac{5u_n-2}{4-u_n}+2}{\frac{5u_n-2}{4-u_n}-1}=\frac{3u_n+6}{6u_n-6}=\frac{u_n+2}{2u_n-2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{u_n+2}{u_n-1}=\frac{1}{2}v_n$

ب) $v_n=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^n$, $u_n=\frac{v_n+2}{v_n-1}=\frac{\frac{1}{4}(\frac{1}{2})^n+2}{\frac{1}{4}(\frac{1}{2})^n-1}$

$-1<\frac{1}{2}<1 \Rightarrow \lim_{+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n=0 \Rightarrow \lim_{+\infty}u_n=\frac{0+2}{0-1}=-2$

تمرين 3:

1) $\Delta=-36$ $z_1=2+3i$ $z_2=2-3i$

2) أ) $\frac{c-a}{b-a}=\frac{1+\sqrt{3}+(1-\sqrt{3})i}{2-2i}=\frac{4+4\sqrt{3}i}{8}=\frac{1}{2}i+\frac{\sqrt{3}}{2}=\left[1,\frac{\pi}{6}\right]$

ب) $\left|\frac{c-a}{b-a}\right|=1 \Rightarrow \frac{AC}{AB}=1 \Rightarrow AC=AB$

$\arg\left(\frac{c-a}{b-a}\right)=\frac{\pi}{6}[2\pi] \Rightarrow (\vec{AB},\vec{AC})=\frac{\pi}{6}[2\pi]$

ج) $\frac{c-a}{b-a}=e^{i\frac{\pi}{6}} \Rightarrow c-a=e^{i\frac{\pi}{6}}(b-a)$

إذن C صورة B بالدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{6}$.

3) $(b-a)=2-2i=\left[\sqrt{8},-\frac{\pi}{4}\right]$

$c-a=\left[1,\frac{\pi}{6}\right](b-a)=\left[1,\frac{\pi}{6}\right]\times\left[\sqrt{8},-\frac{\pi}{4}\right]=\left[\sqrt{8},-\frac{\pi}{12}\right]$

إذن $\arg(c-a)=-\frac{\pi}{12}[2\pi]$

4) $I(3+2i)$ $z'-3-2i=2(z-3-2i)$

$z'=2z-3-2i$

تمرين 4: I: 1) 2)

$p(A)=\frac{C_4^3+C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{5}$ A «3B أو 3V»

$p(B)=\frac{C_6^3+C_3^3}{120}=\frac{7}{40}$ B «3② أو 3⓪»

$p(C)=\frac{C_3^3+C_3^2C_7^1+C_3^1C_7^2}{120}=\frac{17}{24}$ C «(3⓪) أو (2⓪ و 1ō) أو (1⓪ و 2ō)»

$p(A\cap B)=\frac{C_3^3+C_3^3+C_3^3}{120}=\frac{1}{40}$ A∩B «$3B_2$ أو $3V_2$ أو $3V_1$»

$p(A/B)=\frac{p(A\cap B)}{p(B)}=\frac{1}{7}$

II) D «(2V و B) أو (V و (B و V))»

$p(D)=\frac{6^2}{9^2}\times\frac{4}{10}+\frac{2!}{1!1!}\times\frac{A_4^1\times A_6^1}{A_{10}^2}\times\frac{6}{10}=\frac{112}{225}$

مسألة: الجزء 1:

1) $g(-1)=0$ $\lim_{-\infty}x+1=-\infty \Rightarrow \lim_{-\infty}e^{x+1}=0$

$\lim_{-\infty}-(x-2)=+\infty \Rightarrow \lim_{-\infty}g(x)=+\infty$

$\lim_{+\infty}g(x)=\lim_{+\infty}x\left[\frac{e^x}{x}\cdot e-1-\frac{2}{x}\right]=(+\infty)\times(+\infty)=+\infty$

2) أ) $g'(x)=e^{x+1}-1$

$g'(x)=0 \Leftrightarrow x=-1$

$x>-1 \Leftrightarrow x+1>0 \Leftrightarrow e^{x+1}>1 \Leftrightarrow g'(x)>0$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

ب) 0 هي القيمة الدنيا المطلقة لـ g على IR إذن: $x\neq-1: g(x)>0$

الجزء 2:

1) $\lim_{x\to(-2)^+}x+2=0^+ \Rightarrow \lim_{x\to(-2)^+}\ln(x+2)=-\infty$

$\lim_{x\to(-2)^+}e^{-(x+1)}=e \Rightarrow \lim_{x\to(-2)^+}f(x)=-\infty$

المستقيم $x=-2$ مقارب لـ C_f بجوار -2.

ب) $\lim_{+\infty}-(x+1)=-\infty \Rightarrow \lim_{+\infty}e^{-(x+1)}=0$

$\lim_{+\infty}x+2=+\infty \Rightarrow \lim_{+\infty}\ln(x+2)=+\infty$ $\Rightarrow \lim_{+\infty}f(x)=+\infty$

$\lim_{+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{+\infty}\frac{e^{-(x+1)}}{x}+\frac{\ln(x+2)}{x+2}\cdot\frac{x+2}{x}=0$

لأن $\lim_{+\infty}\frac{x+2}{x}=1$ و $\lim_{+\infty}\frac{\ln(x+2)}{x+2}=\lim_{+\infty}\frac{\ln t}{t}=0$

$\lim_{+\infty}e^{-(x+1)}=0$ و $\lim_{+\infty}\frac{1}{x}=0$

C_f يقبل فرع شلجمي في اتجاه محور الفواصل جوار $+\infty$.

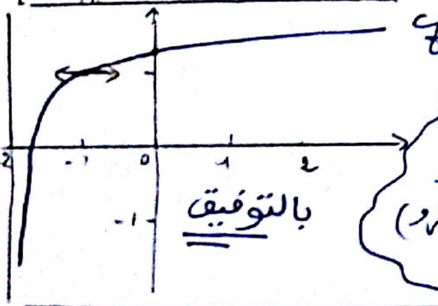
3) أ) $f'(x)=-e^{-(x+1)}+\frac{1}{x+2}=\frac{-e^{-(x+1)}(x+2)+1}{x+2}=\frac{-(x+2)+e^{(x+1)}}{(x+2)e^{(x+1)}}=\frac{g(x)}{(x+2)e^{(x+1)}}$

ب) $x+2>0$ ، $e^{x+1}>0$ إشارة $f'(x)$ هي إشارة $g(x)$ و بالتالي:

x	-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	1	↗	$+\infty$

ج) مماس أفقي في النقطة $E(-1,1)$

4)



ماي 2013
2 ع ق ع
إشارات حل التمرين

بالتوفيق

الجزء 3:

1) $I=\int_{-1}^{0}\frac{x}{x+2}dx=\left[x-2\ln|x+2|\right]_{-1}^{0}=-2\ln2+1$

2) نضع $u(x)=x \leftarrow u'(x)=1$

$v'(x)=\frac{1}{x+2} \leftarrow v(x)=\ln(x+2)$

$\int_{-1}^{0}\ln(x+1)dx=\left[x\ln(x+2)\right]_{-1}^{0}-\int_{-1}^{0}\frac{x}{x+2}dx$

$=0-I=2\ln2-1$

3) $S=\int_{-1}^{0}|f(x)|dx=\int_{-1}^{0}e^{-(x+1)}dx+\int_{-1}^{0}\ln(x+1)dx$

$=\left[-e^{-(x+1)}\right]_{-1}^{0}+2\ln2-1$

$=\left[-e^{-1}+e^{0}\right]+2\ln2-1=2\ln2-\frac{1}{e}$ (u.a)

Generated by CamScanner from intsig.com