الحساب المثلثي

تذكير

1- علما أن, $\cos\frac{2\pi}{5}=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ احسب $\sin\frac{2\pi}{5}$

ثم $\tan\frac{2\pi}{5}$

استنتج قيم $\sin(\frac{3\pi}{5})$ $\sin(-\frac{2\pi}{5})$ و $\cos\frac{\pi}{10}$

2- احسب ما يلي بدون محسبة

$A=\cos^2(\frac{\pi}{10})+\cos^2(\frac{2\pi}{10})+\cos^2(\frac{3\pi}{10})+\cos^2(\frac{4\pi}{10})$

$C=\cos^2(\frac{\pi}{8})+\cos^2(\frac{3\pi}{8})+\cos^2(\frac{5\pi}{8})+\cos^2(\frac{7\pi}{8})$

3- حل في المجال $[-\pi,\pi]$ المعادلات التالية :

$\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos(\pi-x)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos x-\sqrt{3}\sin x=1$ $\cos x+\sin x=1$

$\sin^2 x-(\frac{1-\sqrt{3}}{2})\sin x-\frac{\sqrt{3}}{4}=0$

$4\cos^2 x-2(\sqrt{2}+\sqrt{3})\cos x+\sqrt{6}=0$

التمرين ١

ليكن x عدد حقيقي, بين أن :

$\cos(x)+\cos(x+\frac{2\pi}{3})+\cos(x+\frac{4\pi}{3})=0$

$\sin(x)+\sin(x+\frac{2\pi}{3})+\sin(x+\frac{4\pi}{3})=0$

التمرين ٢

1- باستعمال المتساوية $\frac{11\pi}{12}=\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{4}$, احسب

$\sin(\frac{11\pi}{12})$ $\cos(\frac{11\pi}{12})$ و $\tan(\frac{11\pi}{12})$

2- باستعمال $\frac{2\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}$, تحقق أن $\cos(\frac{2\pi}{3})=-\frac{1}{2}$

التمرين ٣

$\alpha\in\left]\frac{3\pi}{2},2\pi\right[$ بحيث $\sin\alpha=-\frac{12}{13}$, حدد $\cos(\frac{\pi}{3}-\alpha)$

التمرين ٤

1- بسط $A=\cos(\frac{\pi}{6}+x)+\cos(\frac{\pi}{6}-x)$

$B=\sin(\frac{5\pi}{6}+x)-\sin(\frac{7\pi}{6}+x)$

2- عبر بدلالة $\cos x$ و $\sin x$ التعابير التالية

$\sqrt{2}\cos(x-\frac{\pi}{4})$ $2\sin(x-\frac{\pi}{6})$ $\sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4})$

التمرين ٥

نضع لكل $x\in IR$ $f(x)=2\sqrt{3}\cos^2 x+\sin 2x$

1- بين أن $\sqrt{3}\cos x+\sin x=2\sin(x+\frac{\pi}{3})$

2- استنتج حلول المعادلة $f(x)=0$ في المجال $[0,2\pi]$

التمرين ٦

ليكن a و b عددان حقيقيين بحيث $\cos x+\cos y=a$ و $\sin x+\sin y=b$ ثم $a^2+b^2=1$

بين أن $\cos(x-y)=-\frac{1}{2}$ و $\sin(x-y)=2ab$

التمرين ٧

1- باستعمال $\cos(\frac{\pi}{6})$ استنتج قيمة $\cos(\frac{\pi}{12})$ ثم $\sin(\frac{\pi}{12})$

2- أعط الصيغ التالية بدلالة $\cos 2x$

$A=5\cos^2 x-3\sin^2 x$ $B=\cos^4 x-\sin^4 x$

$C=2\cos^2 x+3\sin^2 x-4\sin^2 x\cos^2 x$

التمرين ٨

ليكن α من المجال $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ بحيث

$\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$ و $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$.

1- اوجد قيمة $\sin 2\alpha$ ثم استنتج أن $\alpha=\frac{\pi}{12}$

2- حل في $[0,2\pi]$ المعادلة

$(\sqrt{3}+1)\cos x+(\sqrt{3}-1)\sin x-2=0$

التمرين ٩

بين أن :

$$\cos(3x)+\sin(3x)=(\cos x-\sin x)(4\cos x\sin x+1)$$

$$\cos x+\cos 3x+\cos 5x+\cos 7x=4\cos x.\cos 2x.\cos 4x$$

$$\sin(x+y).\sin(x-y)=\sin^2 x-\sin^2 y$$

$$\tan(x)-\tan(y)=\frac{2\sin(x-y)}{\cos(x+y)+\cos(x-y)}$$

$$\tan^2(x)-\tan^2(y)=\frac{\sin(x+y).\sin(x-y)}{\cos^2(x).\cos^2(y)}$$

التمرين ١٠

نعتبر لكل $x\in IR$, $P(x)=\sin^2(2x)-\sin^2 x$

1- بين أن $P(x)=(\sin(2x)-\sin x)(\sin 2x+\sin x)$

2- تحقق أن $\sin 2x-\sin x=2.\sin\frac{x}{2}.\cos\frac{3x}{2}$

3- تحقق أن $\sin 2x+\sin x=2.\sin\frac{3x}{2}.\cos\frac{x}{2}$

4- استنتج حلول المعادلة $P(x)=0$ في المجال $]0,\pi[$

5- استنتج حلول المعادلة $P(x)\succ 0$ في المجال $]0,\pi[$

التمرين ١١

ليكن $x\in IR$ و نضع

$$A(x)=\sin(2x)-2\sqrt{3}\cos^2(x)+3\cos x-\sqrt{3}\sin x$$

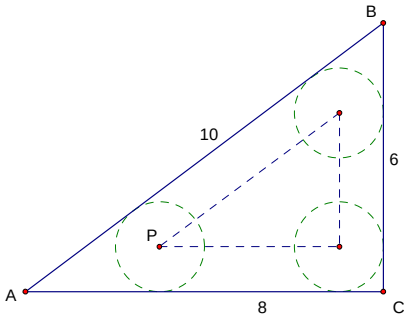
1- بين أن $A(x)=2(2\cos x-\sqrt{3})\sin(x-\frac{\pi}{3})$

2- حل في IR المعادلة $A(x)=0$ ثم مثل هذه الحلول على الدائرة المثلثية

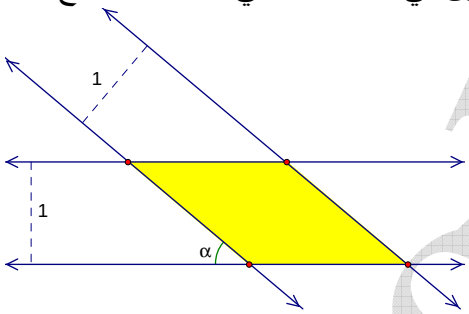
3- استنتج حل $A(x)\succ 0$ على $[0,\pi]$

مسائل

أضلاع المثلث ABC لها الأطوال $6,8,10$. تتدحرج دائرة نصف قطرها 1 و مركزها P على المثلث من الداخل و تبقى دائماً مماسه لضلع واحد على الأقل. ما هي المسافة التي قطعتها P عند عودتها إلى موقعها الأصلي

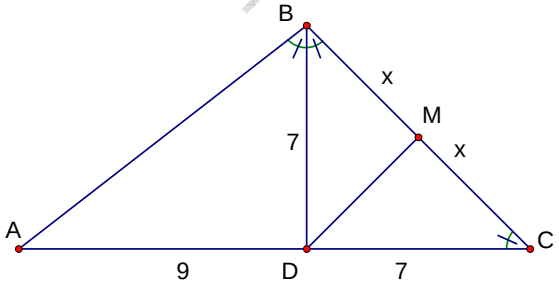


شريطين عرض كل منهما 1 يتقاطعان بالزاوية α كما هو مبين في الشكل. ما هي مساحة التقاطع؟



الضلع $\overline{AC}$ في المثلث ABC يقاطع المنصف العمودي للضلع $\overline{BC}$ في النقطة D و BD ينصف الزاوية $\angle ABC$. إذا كان $AD=9$ و $DC=7$ فما هي مساحة ABC ؟

أ) 14 ب) 21 ج) 24 د) $14\sqrt{5}$ هـ) $28\sqrt{5}$



Laoujzar