Exercice 1

Montrer que pour tout n entier naturel non nul $\sqrt{\frac{n}{n+1}} \notin \mathbb{Q}$ par l'absurde

Exercice 2

Montrer que $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$ puis en déduire que $\frac{\sqrt{5}+1}{2} \notin \mathbb{Q}$

Exercice 3 contre apposée

Montrer que $(x \neq 1 \quad et \quad y \neq 2) \Rightarrow x^2 + x \neq \sqrt{4x^2 + 4x - 4}$

Exercice 4

Soit (P) la ^proposition $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R})$: $x^2 + y^2 + xy - 3 = 0$

La proposition (P) est-elle vraie ou fausse justifier votre réponse

Donner la negation de la proposition (P)

Exercice 5

Montrer que pour a et b deux réels positif

$$\left(\sqrt{1+a} - \sqrt{a} < \sqrt{1+b} - \sqrt{b}\ \right) \quad \Leftrightarrow \quad b < a$$

Exercice 6

montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$ $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \cdots\cdots + \frac{1}{4n^2-1} = \frac{n}{2n+1}$

Exercice 7

Montrer que $\left(|x| \leq \frac{1}{2} \quad et \quad |y| \leq 1\right) \Rightarrow \quad |4x^2y - y - x| \leq \frac{17}{16}$

Exercice 8

montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $\sqrt{9n^2 + 6n + 2} \notin \mathbb{N}$

Exercice 9

Soient a et b deux réels tel que a+b=1 $a > 0 \quad et \quad b > 0$

Montrer que $\left(1 + \frac{1}{a^n}\right)\left(1 + \frac{1}{b^n}\right) \geq (1 + 2^n)^2 \qquad avec \quad n \in \mathbb{N}$