الـدوال الأسيـة

التمرين ١

I - حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

1) $e^{-5x}=e$ 2) $e^{x}=e^{-2x}$ 3) $e^{-x^2}=\frac{1}{e}$

4) $e^{x+3}=e^{\frac{4}{x}}$ 5) $e^{x^2}=e^{-3(x+1)}$ 6) $e^{\frac{x+4}{6-x}}=e^{\frac{1}{x}}$

7) $e^{2x+1}-(e^x)^3=0$.

II - حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:

1) $e^{3x}\le 1$ ، $e^{x}>e^{2}$ 2) ، $e^{x}<e^{-2x}$ 3)

4) $e^{2x^2}\le e^{5x+3}$ 5) ، $e^{x+1}>e^{-\frac{2}{x}}$

6) $e^{x^2}>\left(e^3\right)^4 e^{-x}$ 7) $e^{x-x^2}\ge 1$

التمرين ٢

احسب النهايات التالية:

$\lim\limits_{x\to-\infty} e^{\frac{2x+1}{x-1}}$ $\lim\limits_{x\to+\infty} x(e^{\frac{1}{x}}-1)$ $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{e^{2x}-e^{x}}{e^{2x}-1}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{x}}{x^2}$ $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^2+x-1)e^{x}$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{x}+1}{x^3}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{e^{x}}-x$ $\lim\limits_{x\to-\infty}(2x-1)e^{x+2}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x}e^{-x}$ $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{2x}-e^{x}}{x}$ $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{x}-e^{-x}}{\sin x}$

التمرين ٣

احسب الدالة المشتقة f' للدالة f في كل حالة :

1) $f(x)=e^{2x+3}$ 2) $f(x)=(-x-1)e^{-x}$

3) $f(x)=\frac{1}{1+e^{-\frac{x}{2}}}$ 4) $f(x)=\left(x^2-1\right)e^{2x}$

5) $f(x)=e^{\frac{x+1}{x-1}}$ 6) $f(x)=\left(1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)e^{-\frac{1}{x}}$

7) $f(x)=\frac{3e^{x}-2}{e^{x}+1}$ 8) $f(x)=\left(e^{x}-1\right)\left(e^{x}+2\right)$

9) $f(x)=(1+\cos x)e^{x}$ 10) $f(x)=\frac{e^{x}}{e^{x}-x}$

التمرين ٤

I. لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :
$f(x)=(2-x)e^{x}-x$
و ليكن (C) المنحنى الممثل لها في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$,

ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$

2. استنتج أن (C) يقبل فرعا شلجميا بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه .
3. احسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x]$
4. استنتج أن المستقيم (D)الذي معادلته $y=-x$ مقارب مائل ل (C) بجوار $-\infty$.

II. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي
$g(x)=(1-x)e^{x}-1$.

1. بين أن: $(\forall x\in\mathbb{R}): g'(x)=-xe^{x}$, ثم انجز جدول تغيرات g.
2. لاحظ أن :
$g(0)=0$ ثم استنتج أن: $(\forall x\in\mathbb{R}): g(x)\le 0$
3. بين ان : $(\forall x\in\mathbb{R}): f'(x)=g(x)$, وأول هندسيا النتيجة $f'(0)=0$.
4. ضع جدول تغيرات f.
5. بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ وأن: $2<\alpha<\frac{3}{2}$ (نقبل ان: $e^{\frac{3}{2}}>3$)
6. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)+x=0$ واستنتج أن : (C) و(D) يتقاطعان في النقطة $A(2,-2)$.
7. بين أن : (C) يوجد فوق(D)على $]-\infty,2[$ وتحت (D) على $]2,+\infty[$.
8. بين أن :( ) يقبل نقطة انعطاف وحيدة زوج إحداثيتها هو $(0,2)$.
9. أنشئ المستقيم (D) والمنحنى (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

التمرين ٥

I- نعتبر الدالة المعرفة بما يلي $g(x)=x+e^{-x}-1$

1- أعط حيز تعريف الدالة g

ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$

2- احسب الدالة المشتقة g' ثم ضع جدول التغيرات

3- استنتج أن $x+e^{-x}\geq 1$ لكل x من D_g

II - نعتبر الآن الدالة : $f(x)=x+Ln(x+e^{-x})$

1- أعط D_f (لاحظ السؤال الأخير من الفقرة الأولى)

2- تحقق أن $f(x)=Ln(1+xe^{x})$ لكل x من IR

- استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$ و أول النتيجة هندسيا

3- ا- تحقق أن $f(x)=x+Lnx+Ln(1+\frac{1}{xe^{x}})$ لكل x من $]0,+\infty[$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

ب- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=1$ و أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)-x=+\infty$

ثم استنتج الفرع اللانهائي بجوار $+\infty$

4- ا- بين أن إشارة $f'(x)$ هي إشارة $(x+1)$ لكل x من IR ثم ضع جدول تغيرات الدالة f

ب- حدد المعادلة الديكارتية لمماس المنحنى C_f في النقطة التي أفصولها 0

5- ليكن المستقيم Δ ذي المعادلة $y=x$.

- بين أن $f(x)-x\geq 0$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى C_f و المستقيم Δ

(يمكنك استعمال نتيجة السؤال 3 من الجزء الأول).

6- أنشئ المنحنى C_f

نعطي $Ln(1-e^{-1})=-0,46$

التمرين ٦

نعتبر الدالة المعرفة بما يلي $f(x)=x-\frac{e^{x}+1}{e^{x}-1}$

1- أعط حيز تعريف الدالة f و بين أنها فردية

2- حدد النهايات $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to0^{+}}f(x)$

3- احسب الدالة المشتقة $f'(x)$ ثم ادرس تغيرات الدالة على $]0,+\infty[$ ثم ضع جدول التغيرات

4- تحقق أن لكل x من $]0,+\infty[$

$f(x)=x-1+\frac{2e^{-x}}{e^{-x}-1}$ ثم استنتج أن المنحنى يقبل مقاربا مائلا (Δ) ثم ادرس وضعه النسبي بالنسبة للمنحنى

5- بين انه يوجد عدد حقيقي α في المجال $]Ln3,Ln5[$ بحيث $f(\alpha)=0$

6- ادرس تقعر المنحنى

7- أنشئ المنحنى C_f

التمرين ٧

نعتبر الدالة $f(x)=Ln(e^{2x}-e^{x}+1)$

1- أعط حيز تعريف الدالة f ثم حدد نهايات الدالة f عند محداته

2- احسب الدالة المشتقة f' ثم ادرس تغيرات الدالة

3- بين أن المنحنى يقبل مقاربا مائلا Δ يتم تحديد معادلته

4- أنشئ المنحنى C_f

5- لتكن $g(x)$ قصور الدالة $f(x)$ على المجال $I=]-Ln2,+\infty[$.

ا- اثبت أن $g(x)$ تقبل دالة عكسية $g^{-1}(x)$ محددا حيز تعريفها J و صيغتها

ب- أنشئ المنحنى $C_{g^{-1}}$

Lasnza