

EXO1 : Soient a,b et c de \mathbb{Z} , montrer que :

- 1) si $a/2b-c$ et $a/c-b$ alors a/c
- 2) si $a/2b+3c$ et $a/b+c$ alors a divise b et c

EXO2 : Déterminer n de \mathbb{IN} pour que n-3 divise $n^3 + 3$

EXO3 : Soient a,b,x,y et d de \mathbb{Z} , montrer que si $d/a-b$ et $d/x-y$ alors $d/ax-by$

EXO4 : Résoudre dans \mathbb{Z}^2 l'équation $x^2 - y^2 = 9$

EXO5 : Résoudre dans \mathbb{N}^2 l'équation $9^n - 4^p = 17$

EXO6 :

- 1) Pour n de \mathbb{IN} on pose $u_n = 4^n + 6n - 1$, vérifier que $u_{n+1} = 4u_n - 18n + 9$
- 2) Montrer que pour tout n de \mathbb{IN} on a $4^n + 6n - 1$ est divisible par 9

EXO7 : Soient a et b de \mathbb{IN}^* tels que $a \geq b$, si r est le reste de la division de a par b, montrer que $2r < a$

EXO8 : 1) Déterminer les restes de la division de 3^n sur 8
2) Déterminer n de \mathbb{IN} pour que $8/3^n + 4n + 1$

EXO9 : Déterminer les restes de la division de 2^{2008} sur 7

EXO10 :
Montrer que $(3n + 1)^{2008} - 1 \equiv 0 [3]$

EXO11 : Déterminer les restes de la division de $4^{2008} + 3^{2009}$ sur 13

EXO12 : Montrer que 11 divise $2^{6n+3} + 3^{2n+1}$ pour tout n de \mathbb{IN}

EXO13 : Soient a et b de \mathbb{Z} tels que 17 et 19 (sont les restes de la division de a et b sur 19 respectivement. Déterminer le reste de la division des nombres suivants par 19 :

- 1) ab
- 2) $2a-3b$
- 3) $a^2 + b^3$
- 4) $3ab^2$

EXO14 :

- 1) Montrer que $5^{4k+r} \equiv 5^r [13]$
- 2) En déduire les restes de la division de 5^n par 13
- 3) Déterminer n de \mathbb{IN} pour que $5^{3n} + 5^{2n} + 5^n + 1$ soit divisible par 13

EXO15 : 1) Calculer avec l'algorithme d'Euclide $4294 \wedge 3521$

2) Déterminer a de \mathbb{IN}^* sachant que 10 et 12 les restes de la division de 4294 et 3521 par a respectivement.

EXO16 : Résoudre dans $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$

- 1) $\bar{2}x + \bar{4} = \bar{0}$
- 2) $x^2 + \bar{3}x - \bar{2} = \bar{0}$

EXO17 : 1) Effectuer la division euclidienne du polynôme $3x^2 + 4x + 3$ sur $x + 2$

- 2) Soit n de \mathbb{IN} , montrer que : $(3n^2 + 4n + 3) \wedge (n + 2) = (n + 2) \wedge 7$
- 3) déterminer suivant n la valeur de $(3n^2 + 4n + 3) \wedge (n + 2)$

EXO18 : Avec l'algorithme d'Euclide, déterminer une solution dans \mathbb{Z}^2 des équations :

- 1) $13x + 8y = 1$
- 2) $57x - 16y = 3$

EXO19 : Résoudre dans \mathbb{IN}^2 $\begin{cases} a + b = 256 \\ a \wedge b = 16 \end{cases}$

EXO20 : Résoudre dans \mathbb{IN}^2 $\begin{cases} a + b = 48 \\ a \vee b = 140 \end{cases}$

EXO21 : Montrer que : $\forall (a,b) \in \mathbb{Z}^2$ on a : $a \wedge b = a \wedge a + b = b \wedge a - b$