

**تمرين 1**

1 حل المعادلة في  $[0; 2\pi]$   $(\sqrt{6} + \sqrt{2})\cos x + (\sqrt{6} - \sqrt{2})\sin x = 2$

2 2 حل المعادلة  $3 \tan x = 2 \cos x$  في  $[0; 2\pi]$

3 3 حل المعادلة  $4 \tan x = \tan 4x$  في  $[0; 4\pi]$

**تمرين 2**

1 1 علما أن  $a + b + c = \pi$  بين أن  $\sin 2a + \sin 2b + \sin 2c = 4 \sin a \sin b \sin c$

2 2 بين أن  $\cos^2 a + \cos^2 b + \cos^2 c = 1 - 2 \cos a \cos b \cos c$

3 3 بين أن  $\sin^2 a + \sin^2 b + \sin^2 c = 2 + 2 \cos a \cos b \cos c$

**تمرين 3**

1 بين أن لكل  $\tan a + \tan b + \tan c = \tan a \tan b \tan c$  اذا علمت أن  $a + b + c = k\pi$

**تمرين 4**

1 علما أن  $\alpha + \gamma + \beta = \pi$  بين أن  $1 - \cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 4 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}$

2 اختصر  $\tan \frac{\alpha}{2} \tan \frac{\beta}{2} + \tan \frac{\gamma}{2} \tan \frac{\alpha}{2} + \tan \frac{\gamma}{2} \tan \frac{\beta}{2}$

1 احسب  $\tan a + \tan b$  ثم بسط  $s_n = \sum_{k=0}^{K=n} \frac{1}{\cos k\theta \cos (k+1)\theta}$  **تمرين 5**

2 احسب  $4 \sin^3 \theta = 3 \sin \theta - \sin 3\theta$  يمكنك استعمال  $t_n = \sum_{k=0}^{k=n-1} 3^k \sin^3 \left( \frac{\alpha}{3^{k+1}} \right)$

3  $\cot n\theta - 2 \cot 2n\theta$  احسب يمكنك حساب  $w_n = \sum_{k=0}^{k=n-1} 2^k \tan \frac{\alpha}{2^{k+1}}$

**تمرين 6** احسب  $A + B$  و اذا علمت أن  $\left\{ \begin{array}{l} \cos A + \cos B = \sqrt{\frac{3}{2}} \\ \sin A + \sin B = \sqrt{\frac{1}{2}} \end{array} \right.$  علما أن  $A, B \in [0; 2\pi]$

**تمرين 7**

1 1 حل المتراجحة  $\cos \left( x - \frac{\pi}{3} \right) - \cos x > 0$  في  $[0; 2\pi]$

2 2 حل المتراجحة  $\tan 2x(1 - \sin x) \geq 0$  في  $[0; 3\pi]$

**تمرين 8** علما أن  $\cos x - \sin x = \sin x \cos x$  احسب  $\cos x \sin x$

**التمرين 9** ليكن  $a$  عددا من المجال  $0; \frac{\pi}{4}$  بحيث  $\sin a = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

1 بين أن  $\cos 2a = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$  ثم أحسب  $\cos 4a$

2 استنتج أن العدد  $a$  حل للمعادلة  $\sin x = \cos 4x$  حيث  $x \in \mathbb{R}$

3 حل في المجال  $[0; \pi]$  المعادلة  $\cos 4x = \sin x$

4 استنتج قيمة العدد  $a$

### التمرين 10

1 حل في  $[0; \pi]$  المتراجحة  $\frac{1}{\cos x} - \frac{\sqrt{3}}{\sin x} \geq 0$

2 حل في  $[0; \pi]$  المعادلة  $\sin^2 \frac{3x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} = 1$  ومثل الحلول على الدائرة المثلثية يمكنك وضع  $a + b = \frac{3x}{2}$  و

$$a - b = \frac{1}{2}x$$

### التمرين 11

1 حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $\sin(x + \frac{2\pi}{3}) - \sin(x) = 0$

2 أثبت أن لكل  $x \neq \frac{\pi}{6} + k\pi$  لدينا  $\frac{\cos 3x + \cos(x - \frac{2\pi}{3})}{\sin(x + \frac{2\pi}{3}) - \sin x} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \cos(2x - \frac{\pi}{3})$

3 حل في  $[-\pi; \pi]$  المتراجحة  $\frac{\cos 3x + \cos(x - \frac{2\pi}{3})}{\sin(x + \frac{2\pi}{3}) - \sin x} > 1$

### التمرين 12

1 حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $\cos 2x + \sqrt{2} \cos x - 1 = 0$  ومثل حلولها على الدائرة المثلثية

2 حل في المجال  $[-\pi; \pi]$  المتراجحة  $2 \sin x \tan x - \sqrt{2} \leq 0$

### التمرين 13

1 بين أن  $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$  وأن  $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

2 نضع لكل  $x \in \mathbb{R}$   $p(x) = 2 \cos^2(x - \frac{\pi}{12}) - \cos(x - \frac{\pi}{12}) - 1$

3 حل في المجال  $]0; \pi[$  المعادلة  $p(x) = 0$  ادرس إشارة  $p(x)$  على المجال  $]0; \pi[$

**التمرين 14** نعتبر  $x$  في نضع  $A(x) = \sin(x + \frac{\pi}{12})\sin(x - \frac{\pi}{12})$  و  $B(x) = \cos(x + \frac{\pi}{6})\cos(x - \frac{\pi}{6})$

حل المعادلة في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $A(x) + B(x) = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$  ثم استنتج حلول المتراجحة

$[0; 2\pi]$   $[0; 2\pi]$   $[0; 2\pi]$  مثل الحلول على الدائرة المتثلثية في  $A(x) + B(x) - \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \geq 0$

**التمرين 15** نعتبر المعادلة بين أن  $\forall x \in \mathbb{R} \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin 2x = \sqrt{3} \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

حل المعادلة في  $x \in \mathbb{R} \quad \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

حل المتراجحة  $x \in [0; \pi] \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) > \frac{1}{2}$

**التمرين 16** نعتبر المعادلة  $(E) \quad \tan\left(\frac{x}{4} - x\right) + \tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = 2\sqrt{2}$

حدد مجموعة تعريف لا المعادلة  $(E)$

بين أنه مهما يكن  $x \in \mathbb{R} \quad \cos 2x = 2 \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$

استنتج أنه مهما يكن  $\forall x \in D$  فان  $\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{2}{\cos 2x}$

حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $(E)$

**التمرين 17**

1 تحقق أن  $8 - 4\sqrt{3} = (\sqrt{6} - \sqrt{2})^2$

2 حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $2x^2 + (\sqrt{6} + \sqrt{2})x + \sqrt{3}$

3 نعتبر  $p(x) = 2 \sin 2x - (\sqrt{6} + \sqrt{2})(\cos x - \sin x) - (2 + \sqrt{3})$

4 حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $p(x) = 0$  ثم ادرس اشارة  $p(x)$  في المجال  $\left[0; \frac{7\pi}{12}\right]$

**التمرين 18**

حل في المجال  $[0; \pi]$  المعادلة  $\frac{\sin 3x}{\sin x} + \frac{\cos 3x}{\cos x} = 2$

حل في  $[0; \pi]$  المتراجحة  $\cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x \geq \sqrt{2}$

$$2 \cos^2 x - \sqrt{3} \sin 2x - 1 = 0 \quad [E] \quad \text{التمرين 19 نعتبر المعادلة}$$

$$2 \cos^2 x - \sqrt{3} \sin 2x - 1 = 2 \cos(2x + \frac{\pi}{3}) \quad \text{بين أن}$$

$$\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right] \quad \text{استنتج حلول المعادلة } E \text{ على المجال}$$

$$2 \cos^2 x - \sqrt{3} \sin 2x - 1 \geq 0 \quad \left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right] \quad \text{حل المتراجحة}$$

### التمرين 20

$$\mathbb{R} \quad \text{بين أن } \cos 2x + \cos x = (1 + \cos x)(2 \cos x - 1) \quad \text{في}$$

$$\mathbb{R} \quad \text{بين أن } \sin 2x - \sin x = \sin x(2 \cos x - 1) \quad \text{في}$$

$$\mathbb{R} \quad \text{حل المعادلة } \cos x - \sqrt{3} \sin x + 1 = 0 \quad \text{في}$$

$$[0; 2\pi] \quad \text{حل المعادلة } \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x + \cos x + \sqrt{3} \sin x = 0 \quad \text{في}$$

التمرين 21

التمرين 22

التمرين 23

التمرين 24

التمرين 25

التمرين 26

التمرين 27

التمرين 28

التمرين 30

التمرين 31

التمرين 34

التمرين 35

التمرين 36

التمرين 37

التمرين 38

التمرين 39

التمرين 40