

فرض منزلي رقم 3

التمرين الأول :

1- حل في \mathbb{R} المعادلة التالية : $\frac{1}{3}\ln(x-2) = \ln(\sqrt{x})$

2 - حدد مجموعة الدوال الأصلية ل u و v بحيث أن : $u(x) = \tan^3(x)$ و $v(x) = x + \frac{x-2}{x+2}$

3 - أحسب النهاية : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(x^3 - 1) - \ln(x+1)$ و بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 1) \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| = +\infty$

التمرين الثاني :

نعتبر g الدالة العددية المعرفة على $]0, +\infty[$ بمايلي : $g(x) = 2\sqrt{x} - 2 - \ln(x)$

(أ). بين أن : $\forall x \in]0, +\infty[, g'(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x}$ و اعط جدول تغيراتها

(ب). استنتج أن : $g(x) \geq 0$ لكل x من المجال $]0, +\infty[$

التمرين الثالث :

نعتبر f الدالة العددية المعرفة بمايلي : $f(x) = x - \ln(x+1)$

1 - تحقق أن $D_f =]-1, +\infty[$ ثم أحسب $f(0)$ و $f(1)$

2 - أحسب $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ ثم أول النتيجة المحصل عليها هندسياً

3 - بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (لاحظ أن $\frac{\ln(x+1)}{x} = \frac{\ln(x+1)}{x+1} \times \frac{x+1}{x}$)

4 (أ). بين أن : $f'(x) = \frac{x}{x+1}$ لكل x من $] -1, +\infty[$

(ب). اعط جدول تغيرات الدالة f

(ج). بين أن : $\ln(x+1) \leq x$: $\forall x \in]-1, +\infty[$

5 - حل في $] -1, +\infty[$ المعادلة $f(x) = x$

6 - أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (\mathcal{C}_f) بجوار $+\infty$

7 - أدرس الأوضاع النسبية بين المستقيم ذو المعادلة $y = x$: (D) و المنحنى (\mathcal{C}_f)

8 - أنشئ منحنى الدالة f في معلم م.م $(0, \vec{i}, \vec{j})$

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بمايلي : $u_0 = 1$ و $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = f(u_n)$

(أ). بين بالترجع أن : $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq u_n \leq 1$

(ب). بين أن المتتالية (u_n) تناقصية (يمكنك إستعمال السؤال ... 7)

(ج). إستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و أحسب نهايتها

فرض منزلي رقم 3

التمرين الأول :

1- حل في \mathbb{R} المعادلة التالية : $\frac{1}{3}\ln(x-2) = \ln(\sqrt{x})$

2 - حدد مجموعة الدوال الأصلية ل u و v بحيث أن : $u(x) = \tan^3(x)$ و $v(x) = x + \frac{x-2}{x+2}$

3 - أحسب النهاية : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(x^3 - 1) - \ln(x+1)$ و بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 1) \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| = +\infty$

التمرين الثاني :

نعتبر g الدالة العددية المعرفة على $]0, +\infty[$ بمايلي : $g(x) = 2\sqrt{x} - 2 - \ln(x)$

(أ). بين أن : $\forall x \in]0, +\infty[, g'(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x}$ و اعط جدول تغيراتها

(ب). استنتج أن : $g(x) \geq 0$ لكل x من المجال $]0, +\infty[$

التمرين الثالث :

نعتبر f الدالة العددية المعرفة بمايلي : $f(x) = x - \ln(x+1)$

1 - تحقق أن $D_f =]-1, +\infty[$ ثم أحسب $f(0)$ و $f(1)$

2 - أحسب $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ ثم أول النتيجة المحصل عليها هندسياً

3 - بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (لاحظ أن $\frac{\ln(x+1)}{x} = \frac{\ln(x+1)}{x+1} \times \frac{x+1}{x}$)

4 (أ). بين أن : $f'(x) = \frac{x}{x+1}$ لكل x من $] -1, +\infty[$

(ب). اعط جدول تغيرات الدالة f

(ج). بين أن : $\ln(x+1) \leq x$: $\forall x \in] -1, +\infty[$

5 - حل في $] -1, +\infty[$ المعادلة $f(x) = x$

6 - أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (\mathcal{C}_f) بجوار $+\infty$

7 - أدرس الأوضاع النسبية بين المستقيم ذو المعادلة $y = x$: (D) و المنحنى (\mathcal{C}_f)

8 - أنشئ منحنى الدالة f في معلم م.م $(0, \vec{i}, \vec{j})$

تكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بمايلي : $u_0 = 1$ و $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = f(u_n)$

(أ). بين بالترجع أن : $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq u_n \leq 1$

(ب). بين أن المتتالية (u_n) تناقصية (يمكنك إستعمال السؤال ... 7)

(ج). إستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و أحسب نهايتها