الثانوية التأهيلية مولاي إسماعيل الدريوش	فرض محروس رقم 1 الدورة I المستوى : أولى باك علوم رياضية المادة : الرياضيات	مدة الإنجاز : 3h الأستاذ : معاذ مهري الموسم الدراسي : 2012-2013

التمرين 1 : (2, 5ن)

حدد قيمة حقيقة العبارات الآتية :

1) P : « $(\exists x \in \mathbb{R})\ (\forall y \in \mathbb{R}):\quad y < x$ » — 0, 5

2) Q : « $(\exists x \in \mathbb{R})\ (\exists y \in \mathbb{R})(\forall z \in \mathbb{R}):\quad x \leq z \leq y$ » — 1

3) R : « $(\exists \alpha \in]0;1[\,)(\,\forall x,y \in]0;1[\,):\quad x^2+y^2 \geq \alpha$ » — 1

التمرين 2 : (13, 5 ن)

1) بين أن $(\forall x > 0):\ x+\frac{1}{x} \geq 2$ — 1

2) بين أن $(\forall \varepsilon > 0):\ |a-1| \leq \varepsilon \implies a = 1$ — 1

3) بين أن $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$ — 1

4) بين بالترجع أن $(\forall n \geq 6):\ 2^n \geq (n+2)^2$ — 1,5

5) a) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}):\ \frac{n+17}{n+4} \in \mathbb{N} \Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{N}): 13 = k(n+4)$ — 1

b) حدد قيم n لكي يكون : $\frac{n+17}{n+4} \in \mathbb{N}$ — 1

6) لتكن a و c و d أعداد نسبية فردية و b عدد نسبي زوجي. — 1

بين أن المعادلة $ax^3+bx^2+cx+d=0$ لا تقبل حلا جذريا .

7) بين بالخلف أن $\frac{a+b}{1+ab} \in]-1\,;\,1[$: $(\ \forall a,b \in]-1\,;1[\,)$ — 1,5

8) بين أن المجال $I =]-1;0]$ لا يقبل أصغر عنصر . — 1

9) باستعمال البرهان بالخلف ثم فصل الحالات بين أن : $(\ \forall n \in \mathbb{N}^*\ ):\ \sqrt{\frac{n}{n+2}} \notin \mathbb{Q}$ — 2

10) لكل n من $\mathbb{N}$ نضع : $F_n = 2^{2^n}+1$ — 1

بين بالترجع أن : $(\forall n \geq 1):\quad F_0 \times F_1 \times \cdots \times F_{n-1} = F_n - 2$

11) ليكن n و p عددين صحيحين طبيعيين يخالفان 0 و1. — 0,5

بين أنه إذا كان p هو أصغر قاسم للعدد n فإن p عدد أولي.

التمرين 3 : (2 ن)

ليكن n من $\mathbb{N}^*$.

1) بين أنه إذا كان n عدد فردي فإن $n = 4k+r$ حيث $k \in \mathbb{N}$ و $r \in \{1;3\}$ — 1

2) باستعمال الإستدلال المضاد للعكس بين أن : — 1

n عدد زوجي $\implies n^2-1$ لا يقبل القسمة على 8

التمرين 4 : (2 ن)

لتكن a و b و c أعداد من $\mathbb{R}_+^*$ نضع : $\alpha = a+\frac{1}{b}$ و $\beta = b+\frac{1}{c}$ و $\gamma = c+\frac{1}{a}$

1) بين أن : $\alpha+\beta+\gamma \geq 6$ — 1

2) باستعمال الإستدلال بالخلف بين أن : $\max(\alpha;\beta;\gamma) \geq 2$ — 1

تمرين إختياري : (4ن)

1) ليكن n من $\mathbb{N}$ بين أنه إذا كان $3n+1$ مربعا كاملا فإن $n+1$ يكون مجموع ثلاث مربعات كاملة. — 2

2) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}):\ \frac{n^2+1}{3} \notin \mathbb{N}$ — 2

والله ولي التوفيق