الثانوية التأهيلة زكوطة 2014-2015	سلسلة 1 : مبادئ في المنطق 1 بكالوريا علوم تجريبية	ذ.معاذ مهري

تمرين 1 :

أكتب باستعمال المكممات العبارات التالية وحدد حقيقة كل عبارة :

P: « لا يوجد أي عدد جذري x حل للمعادلة $x^2 = 2$ »

Q: « بعض الأعداد الحقيقية هي جذرية »

R: « جذر مربع أي عدد صحيح طبيعي هو عدد جذري »

S: « لكل عددين حقيقيين x و y يوجد على الأقل عدد صحيح طبيعي n بحيث : $x + y = n$ »

تمرين 2 :

حدد نفي العبارات التالية ثم حدد قيمة حقيقة كل واحدة منها :

P: « $\sqrt{5} + \sqrt{6} \leq \sqrt{19}$ »

Q: « $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : y > x$ »

R: « $(\exists x \in \mathbb{Z})(\exists y \in \mathbb{Z}) : x - 2y = \sqrt{3}$ »

S: « $(\exists x \in \mathbb{R}): |x| \leq 0$ »

T: « $(\forall y \in \mathbb{R})\ (\exists x \in \mathbb{R}): \frac{2x}{1+x^2} > y$ »

تمرين 3 :

اعط نفي العبارات التالية :

P: « $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists n \in \mathbb{Z}) : n \leq x < n + 1$ »

Q: « $(\forall x \in \mathbb{R}) : P(x) \Rightarrow Q(x)$ »

R: « $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{Z}) : n > x$ أو $x \geq n + 1$ »

S: « $(\forall (x; y) \in \mathbb{R}^2): -1 < x + y \leq 2 \Rightarrow |x + y| \leq 2$ »

تمرين 4 :

نعتبر العبارة :

P: « $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}) : x^2 - xy + y^2 = 0$ »

1) اعط نفي العبارة P.

2) بين أن العبارة P خاطئة.

تمرين 5 :

1) باستعمال الإستلزام المضاد للعكس بين أن :

أ) $(\forall (a; b) \in \mathbb{R}^2) : a \neq -\frac{b}{2} \Rightarrow \frac{a-b}{a+b} \neq -3$

ب) $(\forall (x; y; z) \in \mathbb{R}^3) : x + y > 2z \Rightarrow x > z$ أو $y > z$

ج) $(\forall (x; y) \in \mathbb{R}^2) : x \neq y$ و $x + y \neq 2 \Rightarrow x^2 - 2x \neq y^2 - 2y$

2) باستعمال بالتكافؤات المتتالية بين أن :

أ) $(\forall a \in \mathbb{R}^*): \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} \geq 2$

ب) $(\forall x > 1): \frac{x}{\sqrt{x-1}} \geq 2$

3) باستعمال الإستدلال بفصل الحالات بين أن :

أ) $(\forall x \in \mathbb{R}^*): \frac{\sqrt{1+x^2}+x}{|x|} \geq 0$

ب) $(\forall n \in \mathbb{N}): \ n(n+1) \in 2\mathbb{N}$

ج) لكل n من $\mathbb{N}$ العدد $A = n(n+1)(n+2)$ مضاعف للعدد 3 .

تمرين 6 :

1) حل في $\mathbb{R}^2$ النظمة التالية : $(S_1): \begin{cases} 5x - y = 1 \\ x + 2y = 9 \end{cases}$

2) استنتج حلول النظمة التالية

$(S_2): \begin{cases} 5|x-1| - y^2 = 1 \\ |x-1| + 2y^2 = 9 \end{cases}$; $(x; y) \in \mathbb{R}^2$

:

تمرين 7 :

1) باستعمال الإستدلال بالخلف بين أن :

أ) $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

ب) استنتج أن $\sqrt{2} + \sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$

2) باستعمال الإستدلال بالترجع بين أن :

أ) $(\forall n \in \mathbb{N}^*) : \ 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

ب) $(\forall n \in \mathbb{N}^*) : 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

ج) $(\forall a > 0)(\forall n \in \mathbb{N}) : \ (1 + a)^n \geq 1 + na$

د) $(\forall n \geq 4) : \ 2^n \geq n^2$

3) أ) ليكن n من $\mathbb{N}$ بين أن :

$$11^{n+1} - 1 = 10 \times 11 + 11^n - 1$$

ب) بين بالترجع أن العدد $11^n - 1$ يقبل القسمة على 10 لكل n من $\mathbb{N}$.

4) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N})(\exists k \in \mathbb{N}): \ 10^n - 1 = 9k$

5) بين أن لكل n من $\mathbb{N}$ العدد $A_n = 4^n + 6n - 1$ يقبل القسمة على9 .

بالتوفيق