

Exercice 01 :	04 pts
1- Calculer les limites suivantes :	3pts
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x^2+7}-2} ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^3+1} - \sqrt[3]{x^3+1} ; \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 4\sqrt{x-1} + \sqrt[3]{x+6}}{x-2} .$	
2- Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{2-x} = 2$	1 pt
Exercice 02 :	04 pts
Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^+ par $f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{x+1}$	
1- a- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur \mathbb{R}^+	01 pt
b- Vérifier que $\alpha \in]0;1[$	0.5 pt
2- Donner un encadrement de α d'amplitude $25 \cdot 10^{-2}$.	0.5 pt
3- Donner le tableau de signe de f sur \mathbb{R}^+ .	01 pt
4- Soit g la fonction définie sur \mathbb{R}^+ par : $\begin{cases} g(x) = x^3 + 2x^2 & x \in \mathbb{R}^+ - \{\alpha\} \\ g(\alpha) = 1 - \alpha \end{cases}$	
Montrer que g est continue en α	01 pt
Exercice 03 :	03 pts
On considère la fonction g définie par : $g(x) = (\sqrt[3]{1-x} - 1)^3 + 1$	
1- Montrer que $D_g =]-\infty;1]$	0.5 pt
2- a- Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer	01 pts
b- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g^{-1}(x)$	0.5 pt
3- Déterminer $g^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$	01 pt

Exercice 04 :

09 pts

On considère la fonction f définie sur $I = [1; +\infty[$ par

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1 - \sqrt{x-1}}{x-2} & x \neq 2 \\ f(2) = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

- 1- Montrer que f est continue et dérivable en 2. 01 pt
- 2- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. 01 pt
- 3- a- Étudier la dérivabilité de f à droite de 1. 01 pt
- b- Donner l'interprétation géométrique de résultat obtenu. 01 pt
- 4- a- Montrer que $\forall x \in]1; +\infty[\quad f'(x) = \frac{x - 2\sqrt{x-1}}{2(x-2)^2\sqrt{x-1}}$ 01 pt
- b- Dresser le tableau de variation de f . 01 pt
- 5- Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer. 01 pt
- 6- Comparer $f^{-1}(\sqrt[3]{4})$ et $f^{-1}(\sqrt[4]{3})$ (justifier votre réponse). 01 pt
- 7- a- Montrer que f^{-1} est dérivable en $-\frac{1}{2}$ 0.5 pt
- b- Calculer $(f^{-1})'\left(-\frac{1}{2}\right)$ 0.5 pt