

EXO1 : Etudier la dérivabilité de f en a :

1) $f(x) = 3x^2 - x + 1$ $a = -1$

2) $f(x) = \sqrt{1+2x}$ $a = 4$

3) $f(x) = 2x - \sqrt{2+x^2}$ $a = \sqrt{2}$

4) $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ $a = 1$

5) $f(x) = 3x + \sin x$ $a = \pi$

6)
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\tan x}{|x|}; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases} \quad a = 0$$

EXO2 : Etudier la dérivabilité de f en a :

1) $f(x) = x^2 - 2|x-1|$ $a = 1$

2) $f(x) = \frac{3|x|+1}{1+x}$ $a = 0$

3) $f(x) = 2x + \sqrt{1-x}$ $a = 1$ à gauche

4) $f(x) = 4|x|\cos 3x$ $a = \frac{\pi}{2}$

EXO3 : Donner une interprétation géométrique de chaque résultat des exercices précédents

EXO4 : Soit la fonction $f(x) = 3x - \sqrt{x-2}$

1) Déterminer D_f et la limite de f en $+\infty$

2) Déterminer le nombre dérivé de f en 3

3) Donner l'équation de la tangente en 3

4) Etudier la dérivabilité de f en 2 et interpréter le résultat géométriquement

EXO5 : Etudier la dérivabilité de f sur son domaine et calculer sa dérivée :

1) $f(x) = 5x^3 - 4x + 7$ 6) $f(x) = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^4$

2) $f(x) = \frac{1}{x} + \cos x$ 7) $f(x) = \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}$

3) $f(x) = x\sqrt{x-1}$ 8) $f(x) = \frac{x}{x + \sqrt{1+x^2}}$

4) $f(x) = \sqrt{3x-x^2}$ 9) $f(x) = \frac{\tan x}{1 + \cos^2 x}$

5) $f(x) = \frac{x^2+2}{x^2-x}$ 10) $f(x) = (x+1)\sqrt{\frac{x}{1+x^2}}$

EXO6 : Soit la fonction
$$\begin{cases} f(x) = x^2 + x; x \leq 0 \\ f(x) = 2x^3 - x; x > 0 \end{cases}$$

1) Donner D_f et étudier la dérivabilité de f sur D_f

2) Calculer $f'(x)$ pour tout x de \mathbb{R}^*

EXO7 : Soit la fonction $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x-1}$

1) Montrer que la courbe de f admet deux tangentes parallèles à la droite (D) : $y = -3x$

2) Donner les équations de ces tangentes

EXO8 : Soient f et g deux fonctions définies sur \mathbb{R} et dérivables en 0 telles que

$\forall x \in \mathbb{R} : f(x) = (x+2)g(x)$, $g'(0) = -1$ et $g(0) = 2$. Calculer $f'(0)$

EXO9 : Soit la fonction $f(x) = ax + b + \frac{8}{x}$

Déterminer a et b sachant que la courbe de f passe par $A(-2, -6)$ et admet en A une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

EXO10 : étudier les variations de f sur D et déterminer ses extremums et dresser le TV

1) $f(x) = x^3 - 12x$ $D = \mathbb{R}$

2) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1}$ $D = D_f$

3) $f(x) = x + \cos 2x$ $D = \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

4) $f(x) = \sin x + \cos x$ $D = [0, 2\pi]$

5) $f(x) = x + 2\sqrt{1-x}$ $D =]-\infty, 1[$

EXO11 : Soit ABC un triangle rectangle en A avec $AB=4$ et $AC=5$, on considère deux points I de $[AB]$ et J de $[AC]$ tels que $AJ=BI=x$. Déterminer les positions de I et J pour que IJ soit minimale

EXO12 : Soit $f(x) = \frac{1}{x-1}$, calculer $f'(x)$,

$f''(x)$, $f^{(3)}(x)$ et en général $f^{(n)}(x)$