ثانوية ابن خلدون فاس

نونبر 2009 **فرض محروس 2** 2 علوم رياضية ا

تمرين 1

1. حدد النهايتين التاليتين $\lim_{x\to a}\frac{x^{\frac{3}{7}}-a^{\frac{3}{7}}}{x-a}$ حيث $a\succ 0$ و $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\arctan x-1}{x-\frac{\pi}{4}}$

2. احسب $f'(x)$ في كل حالة مما يلي

$f(x)=x^3+\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2}$ و

$f(x)=\arctan\left(\frac{1+\sqrt[5]{x}}{1+x^2}\right)$ و $f(x)=\left(1+x^{\frac{-2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}$.

تمرين 2

نعتبر المتتاليتين المعرفتين بما يلي

$\forall n\in IN, v_{n+1}=\sqrt[3]{9(v_n-1)}, v_0=2$ **و**

$\forall n\in IN, u_{n+1}=\sqrt[3]{9(u_n-1)}, u_0=3$ **.**

1. بين ان (u_n) تناقصية و (v_n) تزايدية.
2. نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي

$\forall x\geq 1,\ f(x)=\sqrt[3]{9(x-1)}$.

بين ان

$\forall (x,y)\in[2,3]^2, |f(x)-f(y)|\leq\frac{1}{\sqrt[3]{3}}|x-y|$

3. برهن ان $\forall n\in IN,\ 2\prec u_n\leq 3$ وان

$\forall n\in IN,\ 2\leq v_n\prec 3$

4. استنتج ان $\forall n\geq 1, 0\prec u_n-v_n\leq 3^{\frac{-n}{3}}$ **.**
5. تاكد ان المتتاليتين السابقتين متحاديتين وان نهايتهما المشتركة حل للمعادلة $x^3-9x+9=0$ في $\mathbb{R}$**.**

تمرين 3

1. بين ان

$\forall x\succ 0, x-\frac{x^3}{3}\leq\arctan x\leq x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}$

2. استنتج النهاية $\lim_{x\to 0}\frac{\arctan x-x}{x}$.

3. نعتبر الدالة المعرفة نما يلي $f(x)=\sqrt[3]{|x-\arctan x|}$ وليكن C منحناها في المستوى المنسوب الى معلم متعامد وممنظم.

ا. ادرس قابلية اشتقاق f في 0 واول دلك مبيانيا.

ب. بين ان f دالة زوجية.

ج. بين ان f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وحدد f' .

د. ضع جدول تغيرات الدالة f .

4. ليكن g قصور الدالة f على المجال $I=[0.+\infty[$. بين ان g تقابل من I نحو مجال ينبغي تحديده واستنتج ان المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}$ ينبغي تحديده.

5. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي

$u_0=1$ و $\forall n\in IN, u_{n+1}=g(u_n)$.

أ. بين ان (u_n) تناقصية ومصغورة.

ب.استنتج تقارب (u_n) وحدد نهايتها.

ت.باستعمال السؤال 1. بين ان

$\forall n\in IN, 0\prec u_{n+1}\prec\frac{1}{\sqrt[3]{3}}u_n$.

ث.استنتج ان $\forall n\geq 1,\ 0\prec u_n\leq\left(\frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right)^n$.

ج. اوجد نتيجة السؤال ب.

ثانوية ابن خلدون فاس

نونبر 2009 **فرض محروس 2** 2 علوم رياضية ا

عبدالخالق العمراني