

**التمرين الأول** ( نقطتان ونصف )

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر نعتبر المستوى  $(P)$  والفلكة  $(S)$

$$(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$$

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$$

المعرفين على التوالي بالمعادلتين الديكارتيين:

(1) حدد مركز وشعاع الفلكة  $(S)$ .

(2) بين أن المستوى  $(P)$  مماس للفلكة  $(S)$ .

(3) حدد نقطة تماس المستوى  $(P)$  والفلكة  $(S)$ .

0.5

0.5

1.5

**التمرين الثاني** ( نقطتان ونصف )

$$(1) \text{ احسب التكامل } I = \int_{\frac{1}{e}}^e \frac{1}{x} |\ln(x)| dx$$

(2) أ- أوجد العددين  $a$  و  $b$  بحيث يكون  $\frac{2t}{1+t} = a + \frac{b}{1+t}$  لكل عدد حقيقي  $t$  يخالف -1.

$$\text{ب- احسب التكامل } J = \int_2^7 \frac{1}{1+\sqrt{2+x}} dx \text{ ( يمكن وضع } t = \sqrt{2+x} \text{ )}$$

1

0.5

1

**التمرين الثالث** ( نقطتان ونصف )

يحتوي كيس على 6 كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس، وتحمل الأعداد :  
-2 و -1 و 0 و 1 و 1 و 2.

نعتبر الاختبار التالي: نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس.

(1) نعتبر، بعد القيام بهذا الاختبار، الحدثين التاليين:

A: " من بين الكرات المسحوبة، توجد كرة على الأقل تحمل العدد 1 ".  
S: " مجموع الأعداد المكتوبة على الكرات المسحوبة منعدم".

(a) احسب احتمال الحدث A.

(b) بين أن احتمال الحدث S يساوي  $\frac{1}{5}$ .

(2) نكرر الاختبار السابق أربع مرات ( نعيد في كل مرة الكرات المسحوبة إلى الكيس ).

ما هو احتمال الحصول على الحدث S ثلاث مرات بالضبط؟

0.5

1

1

**التمرين الرابع ( 3 نقط ونصف )**

1) أ- اكتب على الشكل الجبري العدد العقدي  $(4+i)^2$ .

0.5

ب- حل في مجموعة الأعداد العقدية، المعادلة  $z^2 + (2-3i)z - 5(1+i) = 0$ .

1

2) نعتبر في المستوى العقدي النقط A و B و C التي أحاقها على التوالي

هي  $a = 1+2i$  و  $b = -3+i$  و  $c = 6i$ .

أ- اكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي  $\frac{c-a}{b-a}$

1

ب- استنتج أن المثلث ABC متساوي الساقين وقائم الزاوية.

1

**مسألة ( 9 نقط )****الجزء الأول**

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $[0, +\infty[$  بما يلي:  $f(x) = x - 2\sqrt{x} + 2$

1) بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

0.5

2) ادرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  على اليمين في النقطة 0.

0.5

3) بين أن الدالة  $f$  تناقصية على المجال  $[0, 1]$  وتزايدية على المجال  $[1, +\infty[$ .

1

**الجزء الثاني**

نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي:  $u_0 = 2$  و  $u_{n+1} = f(u_n)$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ .

1) بين بالتراجع أن  $1 \leq u_n \leq 2$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ .

1

2) بين أن المتتالية  $(u_n)$  تناقصية.

0.5

3) استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة ثم احسب نهايتها.

1

**الجزء الثالث**

نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $[0, +\infty[$  بما يلي:

$g(x) = \ln(x - 2\sqrt{x} + 2)$  ( هي دالة اللوغاريتم النبيري ).

وليكن (c) هو المنحنى الممثل للدالة  $g$  في معلم متعامد ممنظم.

1) أ- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ . ب- ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (c).

0.5

0.5

2) ادرس تغيرات الدالة  $g$  ( نقبل أن  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{x} = -\infty$  )

1

3) أنشئ المنحنى (c).

1

4) لتكن  $h$  تقابل من المجال  $[1, +\infty[$

أ- بين أن  $h$  تقابل من المجال  $[1, +\infty[$  نحو مجال  $] يجب تحديده.$

0.5

ب- حدد  $h^{-1}(x)$  لكل  $x$  من المجال  $] ]$ .

1