EXERCICE N°1 : Soit la fonction f définie par :

$f(x)=x+\dfrac{8x}{3x^2+1}$ et soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. Déterminer D_f l'ensemble de définition de f
2. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
3. Etudier les branche infinies de C_f
4. Calculer $f'(x)$ et donner le tableau de variation de f
5. Calculer $f''(x)$ et montrer que C_f admet trois points d'inflexion.
6. Donner l'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 1.
7. a. Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} et donner son domaine de définition

   b. calculer $\left(f^{-1}\right)'(3)$

EXERCICE N°2 : Soit la fonction f définie par :

$f(x)=\dfrac{x^3+3x^2+5x+5}{(x+1)^2}$ et soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. Déterminer D_f l'ensemble de définition de f et calculer les limites de f aux bornes de D_f
2. a. Vérifier que pour tout x de D_f

   $f(x)=x+1+\dfrac{2x+4}{(x+1)^2}$

   b. étudier les branches infinies de C_f .
3. a. Calculer $f'(x)$ et déterminer a ; b et c tels que

   $f'(x)=\dfrac{(x-1)(ax^2+bx+c)}{(x+1)^2}$

   b. étudier les variations de f et donner son tableau de variations.

   c. donner l'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 0.
4. Calculer $f''(x)$ et étudier la convexité de C_f .
5. Construire la courbe de f .

EXERCICE N°3 : Soit la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{2x^2+2}{x+1}$ et soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. Déterminer D_f l'ensemble de définition de f
2. calculer les limites de f aux bornes de D_f
3. étudier les branche infinies de C_f
4. étudier la continuité et la dérivabilité de f sur son domaine de définition D_f
5. Calculer $f'(x)$ pour tout x de D_f
6. Etudier le signe de $f'(x)$ et donner le tableau de variation de f
7. Construire C_f
8. Soit g la restriction de f à l'intervalle $I=]1;+\infty[$

a. Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer

b. calculer $g^{-1}(x)$ pour tout x de J

c. calculer $\left(g^{-1}\right)'(5)$

EXERCICE N°4 : Soit la fonction f définie par :

$f(x)=x-1-\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$

1. Vérifier que $D_f=[0;1[\cup]1;+\infty[$
2. calculer les limites de f aux bornes de D_f
3. Etudier les branche infinies de C_f
4. Etudier la dérivabilité de f à droite au point 0 et interpréter géométriquement le résultat.
5. a. Calculer $f'(x)$ pour tout x de $]0;1[\cup]1;+\infty[$

   b. Etudier le signe de $f'(x)$ et donner le tableau de variations de f .

   c. donner l'équation de la tangente à C_f au point $A(4;2)$
6. Calculer $f''(x)$ pour tout x de $]0;1[\cup]1;+\infty[$
7. étudier la convexité de C_f

EXERCICE N°5 :

Soit la fonction f définie par : $f(x)=\sqrt{x+1}$

1. Etudier la continuité de f sur son domaine de définition
2. Montrer que l'équation $f(x)=x$ admet une solution unique dans l'intervalle $I=]1;2[$