Exercice 1 **calculer les limites suivantes :**

1) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-x-2}$, $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+1}{3x^3+x+4}$, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x^2}-\dfrac{1}{2x}$, $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-3x+2}{3\sqrt{x+3}+\sqrt{3x+1}-8}$

2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x-1}{\cos x-1}$, $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{1-2x}{x^2-x-6}$, $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{-3x}{-x^3-x+2}$, $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{2x+1}{\sqrt{x+4}-2\sqrt{x+1}}$

3) $\lim\limits_{x\to +\infty}3x^2|2x-1|-2x+3$, $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{-2x^2+x+1}{x|x-10|-x+1}$, $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x^2+2x-1}-x+3$

$\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{2x^2-x+1}-3x$, $\lim\limits_{x\to -\infty}\sqrt{3x^2-x+5}+2x$, $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x^2-x-1}-x+3$

$\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2-3x}-2x$, $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\sqrt{x+1}-x}{\sqrt{x+2}+3x}$, $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{2x-3}{\sqrt{x+1}-x-1}$

Exercice 2 **1) Etudier la continuité de la fonction f au point x_0 dans les cas suivants :**

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2-2x}{|x^2-5|-1} & x\neq 2 \\ f(2)=\dfrac{-1}{2} \end{cases} \quad x_0=2 \quad , \quad \begin{cases} f(x)=\dfrac{x^5-1}{x^2-x} & x>1 \\ f(x)=x^2+x+3 & x\leq 1 \end{cases} \quad x_0=1$$

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2\sqrt{x+3}-2}{1-x^2} & x\neq 1 \\ f(1)=a \end{cases}$$

a) calculer a sachant que f **est continue en 1 . b) calculer** $\lim\limits_{x\to +\infty}f(x)$

2) determiner a et b sachant que la fonction f est continue au point $x_0=2$:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2+3x+a}{2-x} & x>2 \\ f(x)=\dfrac{2x+b}{3} & x\leq 2 \end{cases}$$

Exercice 3 **determiner l'image de l'intérvalle I par la fonction f dans les cas suivants :**

1) $f(x)=2x^2-x+1$ **et** $I=[-2,0]$

2) $f(x)=\dfrac{2x+3}{x+2}$ **et** $I=[0,+\infty[$

3) $f(x)=x-2\sqrt{x+1}$ **et** $I=[-1,0]$

4) $f(x)=-x^2+x+1$ **et** $I=[0,3]$

Exercice 4 **1) montrer que l'équation** $x^3-3x+1=0$ admet au moins une solution α **dans** $[0,1]$

2) montrer que l'équation $\cos x=x$ admet au moins une solution α **dans** $\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$

3) a) montrer que l'équation $x^3+x-5=0$ admet une unique solution α **dans** $]1,2[$.

b) donner un encadrement de α **d'amplitude** $0,125$ **.**

4) soit $a\in\left]\dfrac{-1}{2},0\right[$ **; on pose** $f(x)=x^3-2x^2+ax+1$

montrer que l'équation $f(x)=0$ admet au moins une solution α **dans** $[1,2]$

5) soit la fonction f définie par $f(x)=x^4-6x^2+x+1$

a) montrer que l'équation $f'(x)=0$ admet une solution unique dans l'intérvalle $]-1,1[$

b) en déduire que **l'équation** $f(x)=0$ admet exactement deux solutions dans l'intérvalle $]-1,1[$

Exercice 5 **soit la fonction** f **définie par** $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$.

1) montrer que : $\forall x \in \quad 1\}$ $f'(x)=\dfrac{x(x+2)}{(x+1)^2}$

2) soit la g **restriction de** f **sur l'intervalle** $I=[-2,-1[$

a) montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intérvalle J que l'on détérminera .

b) mq : $g^{-1}\left(-\dfrac{7}{2}\right)=-\dfrac{3}{2}$. **c) calaculer** $g^{-1}(x)$ pour tout $x\in J$.

Exercice 6 **1) a) simplifier :** $A=\dfrac{\sqrt[3]{4}.\sqrt{8}.\left(\sqrt[5]{\sqrt{2}}\right)^2}{\sqrt{\sqrt[3]{4}}}$ **et** $B=\dfrac{\left(\sqrt[5]{\sqrt[3]{9}}\right)^2\times\sqrt{27}\times\sqrt[5]{9}}{\sqrt[6]{3}}$.

b) comparer : $\sqrt[8]{13}$ **et** $\sqrt[6]{7}$.

2) résoudre dans $\mathbb{R}$ **:** $\sqrt[3]{x+1}+\sqrt[3]{1-x}=\sqrt[3]{2}$ **et** $\sqrt[3]{2x}+\sqrt[3]{x-4}=2$ **et** $\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}=2$.

Exercice 7 **calculer les limites suivantes :**

$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt[3]{x^3-x+1}-1}{x-1}$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x+2}-x\sqrt{x+2}$ $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x-3\sqrt{x}+2}{\sqrt[3]{x}-1}$

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt[3]{x+1}-2\sqrt{x+1}+1}{x}$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x^3+x^2+1}-x-\dfrac{1}{3}$ $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt[3]{3x-2}-\sqrt{2-x}}{x-5\sqrt{x}+4}$

Exercice 8 **soit la fonction** f **définie par** $f(x)=x^3+5x-9$.

montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α **dans** $\mathbb{R}$ **et que** $1<\alpha<2$.

Exercice 9 **soit la fonction** f **définie sur l'intérvalle** $I=[0,+\infty[$ **par :** $f(x)=2\sqrt{x+1}-x$

1) calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2) montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur l'intérvalle $J=]-\infty,2]$.

3) a) montrer que : $(\forall x\in I)$ $f(x)=2-\left(\sqrt{x+1}-1\right)^2$.

b) en déduire que : $f^{-1}(x)=2\sqrt{2-x}-x+2$

Exercice 10 **1) montrer que : il éxiste un unique** $\alpha\in\left[\dfrac{-1}{2},1\right]$ **tel que** $\sqrt{\alpha+1}=\dfrac{-2\alpha}{\alpha+1}$

2) soit la fonction g **définie sur** $\mathbb{R}$ **par** $g(x)=x^3-x^2+3x+1$

a) verifier que $g(\alpha)=0$

b) montrer que α est l'unique solution de l'équation $g(x)=0$

c) montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intérvalle J que l'on détérminera .

d) montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}^-$ $g^{-1}(x)<0$.

Exercice 11 **soit la fonction** f **définie sur** $\mathbb{R}^+$ **par** $f(x)=1-x\sqrt[3]{x}$

1) montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intérvalle J que l'on détérminera

2)détérminer $f^{-1}([-15,0])$. 3) calculer $f^{-1}(x)$ pour tout $x\in J$