EXO1 : soient x et y de $[0,\frac{\pi}{2}]$ tels que $sinx = cosy = \frac{1}{3}$
Calculer x+y

EXO2 : Montrer que pour tout x de IR on a :
$$cos^2x - \cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{4}$$

EXO3 : Soient x et y de $[0,\frac{\pi}{2}[$ Tels que :
$tanx = 2 \; et \; tany = \frac{1}{7}$, calculer 2x+y

EXO4 :
1)Montrer que $\forall a \in]0,\frac{\pi}{2}]: tan\frac{a}{2} = \frac{1-cosa}{sina} = \frac{sina}{1+cosa}$
2)En déduire $tan\frac{\pi}{8} \;\; et \; tan\frac{\pi}{12}$

EXO5 : Montrer que pour tout x de $]0,\frac{\pi}{2}[$ on a :
$$\frac{sin3x}{sinx} - \frac{cos3x}{cosx} = 2$$

EXO6 : 1) Montrer que $tan\frac{\pi}{8} = \sqrt{2}-1$
2) On pose $a = tan\frac{3\pi}{16} \; et \; b = tan\frac{5\pi}{16}$
a) montrer que ab=1
b) Calculer b-a puis a et b

EXO7 : 1)Montrer que $(cos\frac{\pi}{12} + sin\frac{\pi}{12})^2 = \frac{3}{2}$ et que
$$cos^2\frac{\pi}{12} - sin^2\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
2) En déduire que $\frac{cos\frac{\pi}{12}+sin\frac{\pi}{12}}{cos\frac{\pi}{12}-sin\frac{\pi}{12}} = \sqrt{3}$ puis donner $tan\frac{\pi}{12}$

EXO8 : Résoudre dans IR les équations :
1)4sinxcosx=1
2) $sin2x-2cos^2x+1=0$

EXO9 : Pour x de IR on pose : $f(x)=cos^2x+cos^22x$
1)Montrer que f est paire et de période π
2) Montrer que $cos(a+b)cos(a-b)=cos^2a-sin^2b$
3) Montrer que : f(x)-1=cosxcos(3x)
4) Résoudre dans $[0,\pi]$,l'équation f(x)=1
5) Résoudre dans $[0,\frac{\pi}{2}]$,l'inéquation f(x)>1

EXO10 :
1)Montrer que $\forall x \in IR: cos^6x + sin^6x = \frac{5+3cos4x}{8}$
2)Résoudre dans IR l'équation $cos^6x+sin^6x > \frac{13}{16}$

EXO11 : Soit ABC un triangle
1)Montrer que $sin\hat{A} + sin\hat{B} + sin\hat{C} = 4cos\frac{\hat{A}}{2}cos\frac{\hat{B}}{2}cos\frac{\hat{C}}{2}$
2) Montrer que si $sin\widehat{3A} + sin3\hat{B} + sin3\hat{C} = 0$ alors un des angles de ABC est de mesure $\frac{\pi}{3}$

EXO12 : 1) Résoudre dans IR $cos3x = \frac{1}{2}$
2) Calculer cos3x en fonction de cosx
3) En déduire que $cos\frac{\pi}{9} \; et \; cos\frac{7\pi}{9} \; et \; cos\frac{13\pi}{9}$ sont solutions de l'équation $8x^3-6x-1=0$
4) En déduire une factorisation de $P(x)= 8x^3-6x-1$
5) Donner alors les valeurs des nombres
$A = cos\frac{\pi}{9} + cos\frac{7\pi}{9} + cos\frac{13\pi}{9}$
$B = cos\frac{\pi}{9}cos\frac{7\pi}{9} + cos\frac{7\pi}{9}cos\frac{13\pi}{9} + cos\frac{\pi}{9}cos\frac{13\pi}{9}$
$C = cos\frac{\pi}{9}\; cos\frac{7\pi}{9}cos\frac{13\pi}{9}$

EXO13 :
1)Montrer que $sin\frac{\pi}{9}sin\frac{2\pi}{9} = \frac{1}{2}(cos\frac{\pi}{9} - cos\frac{3\pi}{9})$
2) Montrer que $cos\frac{\pi}{9}sin\frac{4\pi}{9} - cos\frac{3\pi}{9}\; sin\frac{4\pi}{9} = \frac{\sqrt{3}}{4}$
3) En déduire que $sin\frac{\pi}{9}sin\frac{2\pi}{9}sin\frac{3\pi}{9}sin\frac{4\pi}{9} = \frac{3}{16}$

EXO14 : 1) Ecrire 2cos $(x+\frac{\pi}{3})$ en fonction de cosx et sinx
2) Montrer que :
$\forall x \in IR: (cosx - \sqrt{3}sinx)^2 = 2 - cos2x - \sqrt{3}sin2x$
3) En déduire les solutions de l'équation
$cosx - \sqrt{3}sinx = \sqrt{2+\sqrt{3}}$ dans $[-\frac{5\pi}{6},\frac{\pi}{6}]$

EXO15 : 1) Soit $A = cos\frac{\pi}{9}cos\frac{2\pi}{9}cos\frac{4\pi}{9}$, en simplifiant $\left(8sin\frac{\pi}{9}\right)A$,calculer A
2) En général on pose $A(x) = \prod_{p=0}^{p=n}\cos(2^p x)$,$x \neq k\pi$
Simplifier $(2^{n+1}sinx)A(x)$ et en déduire que $A(x) = \frac{sin(2^{n+1}x)}{2^{n+1}sinx}$

EXO16 : Résoudre dans IR les équations :
1) cosx +cos2x +cos3x +cos4x =0
2) $2cos\frac{x}{3} - sin\frac{x}{2} = 2$ (on peut poser $t = \frac{x}{6}$
3) $\sqrt{2}sin2x = cos3x$ (remarquer que $\frac{\pi}{12}$ est solution
4) $2cos2x = (\sqrt{3}+1)(cosx - sinx)$

1SM **M.Jaber**

TRIGONOMETRE

EXO1 :soient x et y de $[0,\frac{\pi}{2}]$ tels que $sinx = cosy = \frac{1}{3}$
Calculer x+y

EXO2 : Montrer que pour tout x de IR on a :
$$cos^2x - \cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{4}$$

EXO3 : Soient x et y de $[0,\frac{\pi}{2}[$Tels que :
$tanx = 2\ et\ tany = \frac{1}{7}$, calculer 2x+y

EXO4 :
1)Montrer que $\forall a \in]0,\frac{\pi}{2}]: tan\frac{a}{2} = \frac{1-cosa}{sina} = \frac{sina}{1+cosa}$
2)En déduire $tan\frac{\pi}{8}$ $et\ tan\frac{\pi}{12}$

EXO5 : Montrer que pour tout x de $]0,\frac{\pi}{2}[$ on a :
$$\frac{sin3x}{sinx} - \frac{cos3x}{cosx} = 2$$

EXO6 : 1) Montrer que $tan\frac{\pi}{8} = \sqrt{2}-1$
2) On pose $a = tan\frac{3\pi}{16}\ et\ b = tan\frac{5\pi}{16}$
a) montrer que ab=1
b) Calculer b-a puis a et b

EXO7 : 1)Montrer que $(cos\frac{\pi}{12} + sin\frac{\pi}{12})^2 = \frac{3}{2}$ et que
$$cos^2\frac{\pi}{12} - sin^2\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
2) En déduire que $\frac{cos\frac{\pi}{12}+sin\frac{\pi}{12}}{cos\frac{\pi}{12}-sin\frac{\pi}{12}} = \sqrt{3}$ puis donner $tan\frac{\pi}{12}$

EXO8 : Résoudre dans IR les équations :
1)4sinxcosx=1
2) sin2x-2cos^{2}x+1=0

EXO9 : Pour x de IR on pose :f(x)=cos^{2}x+cos^{2}2x
1)Montrer que f est paire et de période π
2) Montrer que cos(a+b)cos(a-b)=cos^{2}a-sin^{2}b
3) Montrer que : f(x)-1=cosxcos(3x)
4) Résoudre dans $[0,\pi]$,l'équation f(x)=1
5) Résoudre dans $[0,\frac{\pi}{2}]$,l'inéquation f(x)>1

EXO10 :
1)Montrer que $\forall x \in IR: cos^6x + sin^6x = \frac{5+3cos4x}{8}$
2)Résoudre dans IR l'équation cos^{6}x+sin^{6}x > $\frac{13}{16}$

EXO11 : Soit ABC un triangle
1)Montrer que $sin\hat{A} + sin\hat{B} + sin\hat{C} = 4cos\frac{\hat{A}}{2}cos\frac{\hat{B}}{2}cos\frac{\hat{C}}{2}$
2) Montrer que si $sin\widehat{3A} + sin3\hat{B} + sin3\hat{C} = 0$ alors un des angles de ABC est de mesure $\frac{\pi}{3}$

EXO12 : 1) Résoudre dans IR $cos3x = \frac{1}{2}$
2) Calculer cos3x en fonction de cosx
3) En déduire que $cos\frac{\pi}{9}\ et\ cos\frac{7\pi}{9}\ et\ cos\frac{13\pi}{9}$ sont solutions de l'équation 8x^3-6x-1=0
4) En déduire une factorisation de P(x)= 8x^3-6x-1
5) Donner alors les valeurs des nombres
$A = cos\frac{\pi}{9} + cos\frac{7\pi}{9} + cos\frac{13\pi}{9}$
$B = cos\frac{\pi}{9}cos\frac{7\pi}{9} + cos\frac{7\pi}{9}cos\frac{13\pi}{9} + cos\frac{\pi}{9}cos\frac{13\pi}{9}$
$C = cos\frac{\pi}{9}\ cos\frac{7\pi}{9}cos\frac{13\pi}{9}$

EXO13 :
1)Montrer que $sin\frac{\pi}{9}sin\frac{2\pi}{9} = \frac{1}{2}(cos\frac{\pi}{9} - cos\frac{3\pi}{9})$
2) Montrer que $cos\frac{\pi}{9}sin\frac{4\pi}{9} - cos\frac{3\pi}{9}\ sin\frac{4\pi}{9} = \frac{\sqrt{3}}{4}$
3) En déduire que $sin\frac{\pi}{9}sin\frac{2\pi}{9}sin\frac{3\pi}{9}sin\frac{4\pi}{9} = \frac{3}{16}$

EXO14 : 1) Ecrire 2cos $(x+\frac{\pi}{3})$ en fonction de cosx et sinx
2) Montrer que :
$\forall x \in IR: (cosx - \sqrt{3}sinx)^2 = 2 - cos2x - \sqrt{3}sin2x$
3) En déduire les solutions de l'équation
$cosx - \sqrt{3}sinx = \sqrt{2+\sqrt{3}}$ dans $[-\frac{5\pi}{6},\frac{\pi}{6}]$

EXO15 : 1) Soit $A = cos\frac{\pi}{9}cos\frac{2\pi}{9}cos\frac{4\pi}{9}$, en simplifiant $\left(8sin\frac{\pi}{9}\right)A$,calculer A
2) En général on pose $A(x) = \prod_{p=0}^{p=n}\cos(2^p x)$,$x \neq k\pi$
Simplifier $(2^{n+1}sinx)A(x)$ et en déduire que $A(x) = \frac{sin(2^{n+1}x)}{2^{n+1}sinx}$

EXO16 :Résoudre dans IR les équations :
1) cosx +cos2x +cos3x +cos4x =0
2) $2cos\frac{x}{3} - sin\frac{x}{2} = 2$ (on peut poser $t = \frac{x}{6}$
3) $\sqrt{2}sin2x = cos3x$ (remarquer que $\frac{\pi}{12}$ est solution
4) $2cos2x = (\sqrt{3}+1)(cosx - sinx)$