الثانوية التأهيلة زكوطة سيدي قاسم 2014-2015	فرض محروس رقم 2 الدورة الأولى المادة : الرياضيات المستوى: الثانية علوم الحياة والأرض	من إعداد : ذ.معاذ مهري مدة الإنجاز : 2h

سلم التنقيط

التمرين الأول: (6ن)

لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة بمايلي : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}\sqrt{{u_n}^2 + 9} \ ; \ (\forall n \in \mathbb{N}) \end{cases}$

1.5 1) بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}): \quad u_n \geq \sqrt{3}$

1.5 2) بين أن (u_n) متتالية تناقصية قطعاً .

0.5 3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

4) نضع $(\forall n \in \mathbb{N}): \quad V_n = {u_n}^2 - 3$

1 أ) بين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$.

1 ب) أحسب V_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

0.5 ج) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

التمرين الثاني: (14 ن)

A) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $[-1;+\infty[$ بمايلي : $f(x) = x.\sqrt[3]{x+1}$

0.5 1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

0.5 ب) حدد الفرع اللانهائي لمنحنى الدالة f بجوار $+\infty$.

0.5 2) أ) أدرس إتصال الدالة f على اليمين في -1

1 ب) أدرس قابلية إشتقاق الدالة f على اليمين في -1 ثم أوّل النتيجة هندسيا.

1 ج) بين أن : $(\forall\, x \in]-1;+\infty[): \quad f'(x) = \frac{4x+3}{3.\sqrt[3]{(x+1)^2}}$

1 د) أدرس تغيرات الدالة f .

1 3) بين أن : $(\forall x \in [-1;+\infty[): \quad f(x) \geq x$

0.5 4) أ) أكتب معادلة المماس (Δ) لمنحنى الدالة f في النقطة $O(0;0)$.

1.5 ب) أنشئ (C_f) ومماسه (Δ) في النقطة O . نأخذ $\sqrt[3]{\frac{1}{4}} \simeq 0.6$

1 5) أ) بين أن : $(\forall x \in [-1;+\infty[): \quad f(x) = \sqrt[3]{(x+1)^4} - \sqrt[3]{x+1}$

1.5 ب) حدد الدالة الأصلية F للدالة f على المجال $[-1;+\infty[$ بحيث : $F(-1) = 2$

B) نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بمايلي : $\begin{cases} u_0 = \frac{-1}{2} \\ u_{n+1} = f(u_n) \ ; \ (\forall n \in \mathbb{N}) \end{cases}$

0.5 1) بين أن (u_n) تزايدية .

1 2) أ) بين أن : $f(\left[\frac{-3}{4};0\right]) \subset \left[\frac{-3}{4};0\right]$

1 ب) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}): \frac{-3}{4} \leq u_n \leq 0$

1.5 3) بين أن المتتالية (u_n) متقاربة وحدد نهايتها.

بالتوفيق ☺