Lycée moussa bno Noussaer - Khémisset	Devoir surveillé N°02 2ème tranche 2016/2017	1er Bac Sc Mat Int Prof : Abdellah Belkhatir

03 **Exercice n°01:**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x)=x^2+|x+2|-1 \ ;\ x\leq 1 \\ f(x)=3x+(x-1)\sqrt{x-1} \ ;\ x>1 \end{cases}.$$

1 **1)- a)-** Etudier la dérivabilité de f à droite et à gauche en $x_0=1$.

0,5 **b)-** f est-elle dérivable en $x_0=1$? interpréter géométriquement le résultat .

1,5 **2)-** f est-elle dérivable en $x_0=-2$? interpréter géométriquement le résultat .

04 **Exercice n°02:**

Soit f la fonction numérique définie par :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x} \ ,\ x\neq 0 \\ f(0)=1 \end{cases}.$$

0,5 **1)-** Déterminer D_f .

0,5 **2)-** Montrer que : $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=f(0)$.

1,5 **3)- a)-** Montrer que f est dérivable en $x_0=0$ et que $f'(0)=0$.

0,5 **b)-** Interpréter géométriquement le résultat précédent .

06 **Exercice n°03:**

Soit f la fonction numérique définie sur $I=\left]\dfrac{-\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$ par :

$$f(x)=\frac{1}{\cos x}-\left(1+\frac{x^2}{2}\right).$$

1 **1)-** Calculer $\lim\limits_{x\to\left(\frac{-\pi}{2}\right)^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to\left(\frac{\pi}{2}\right)^-} f(x)$.

1 **2)-** Montrer que f est dérivable sur I et calculer $f'(x)$ pour tout $x\in I$.

1 **3)- a)-** Montrer que : $(\forall x\in I),\ f''(x)=\dfrac{\cos^3 x-3\cos^2 x+2}{\cos^3 x}$.

1,5 **b)-** Dresser le tableau de variation de f' en précisant la valeur de $f'(0)$.

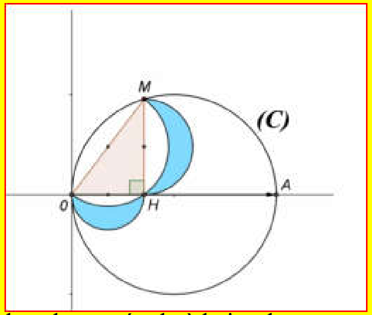
1 **c)-** En déduire le signe de f' sur I , puis dresser le tableau de variation de f .

0,5 **d)-** Comparer $\dfrac{1}{\cos x}$ et $1+\dfrac{x^2}{2}$ pour tout $x\in I$.

07 **Exercice n°04:**

Dans la figure ci-contre :

- (C) est un cercle de diamètre $[OA]$
- M un point variable du cercle (C)
- H est le projeté orthogonale de M sur $[OA]$.
- on a tracer trois demi-cercles de diamètres respectifs les trois côtés du triangles OMH pour obtenir deux lunules .



1 **1)-** Montrer que la somme des aires des deux lunules est égale à l'aire du Triangle rectangle OMH .

2)- On munit le plan du repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ tel que $\vec{i}=\overrightarrow{OA}$.

(x,y) désigne le couple de cordonnés du point M dans ce repère .

0,5 **a)-** Ecrire une équation cartésienne du cercle (C) .

0,5 **b)-** Déduire que : $MH=\sqrt{x-x^2}$.

0,5 **c)-** Déterminer alors l'aire du triangle OMH .

3)- On considère la fonction f définie sur $[0,1]$ par : $f(x)=\dfrac{x}{2}.\sqrt{x-x^2}$.

1,5 **a)-** Etudier la dérivabilité de f à droite de $x_0=0$ et à gauche de $x_0=1$.

b)- Montrer que f est dérivable sur $]0,1[$ et que :

1,5 $$(\forall x\in]0,1[),\ f'(x)=\frac{x(3-4x)}{4\sqrt{x-x^2}}.$$

1 **c)-** Dresser le tableau de variation de f .

0,5 **d)-** Déduire la position du point M pour laquelle la somme des aires des Deux lunules est maximale .

03 **Exercice bonus:**

1 **1)-** Montrer que : $(\forall x\in\mathbb{R}^+),\cos x\geq 1-\dfrac{x^2}{2}$.

1 **b)-** Montrer que : $(\forall x\in\mathbb{R}^+),\cos x\leq 1-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^4}{24}$.

2)- Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{1-\cos x}{x^2} \ ,\ x\neq 0 \\ f(0)=\dfrac{1}{2} \end{cases}.$$

1 ✓ Montrer que f est dérivable en $x_0=0$ et préciser $f'(0)$.