دوال أصلية

048

$a(x) = x^6 - 4x^5 + 3x^2 - 5x + 1$

$b(x) = 20x^3(5x^4 + 2)^{12}$

$c(x) = (2x+7)^6 + 3$

$d(x) = (6x^2 - 1)(2x^3 - x + 1)^3$

حدّد الدوال الأصلية للدّوال التّالية:

$e(x) = \dfrac{2x+1}{(x^2+x+5)^2}$

$f(x) = (x-1)\cdot\sqrt{x^2-2x-3}$

049

نعتبر الدالة: $g(x) = \dfrac{x^3+2x^2+x+2}{(x+1)^2}$

1) حدّد العددين a و b بحيث: $g(x) = ax + \dfrac{b}{(x+1)^2}$.

2) حدّد الدوال الأصلية للدالة g .

050

حدّد الدوال الأصلية للدّوال التّالية.

1) $h(x) = (x+1)(x^2+2x+2)$. **وجدة 1998 / 1999**

2) $i(x) = \dfrac{2}{5}x\sqrt{x} + \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ (أحسب مشتقة الدالة $x^2\cdot\sqrt{x}$)

3) $j(x) = \dfrac{1}{x^2\cdot\sqrt{x}} - \dfrac{1}{x^2}$. (أحسب مشتقة الدالة $\dfrac{1}{x\cdot\sqrt{x}}$)

051

(أسئلة هذا التّمرين مستقلّة فيما بينها)

1) حدّد K الدالة الأصلية ل $k(x) = \dfrac{2}{x^2} + x$ حيث $K(1) = -1$.

2) حدّد L الدالة الأصلية ل $\ell(x) = \sqrt{3x+10}$ حيث $L(2) = -1$.

3) حدّد M الدالة الأصلية ل $m(x) = \dfrac{2}{x^3} + \dfrac{3}{\sqrt{x}}$ و التي تنعدم في 1.

4) حدّد N الدالة الأصلية ل $n(x) = \dfrac{2x+3}{\sqrt{x^2+3x}}$ التي يمرّ منحناها من $A(1,6)$.

5) حدّد الدوال الأصلية P للدالة: $p(x) = \dfrac{5}{x^2}\cdot(1-\dfrac{1}{x})^4$.

6) حدّد R الدالة الأصلية ل $r(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}} + 1$ حيث المستقيم $y = 2x+1$ مقارب مائل لها بجوار $+\infty$

052

نعتبر الدالة: $s(x) = \dfrac{3}{2}\sqrt{x} - \dfrac{1}{x^2}$

1) حدّد مجموعة تعريف الدالة s . **الدار البيضاء 1999 / 2000**

2) بيّن أنّ $S(x) = x\sqrt{x} + \dfrac{x+1}{x}$ دالة أصلية ل s على $]0;+\infty[$.

053

نعتبر الدالة: $t(x) = x^2\cdot(x-1)^{2011}$.

1) حدّد a و b و c بحيث: $x^2 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$.

2) استنتج الدوال الأصلية للدالة t .

054

(فرض محروس 2009 / 2010)

1) حدّد الدوال الأصلية للدالة: $f(x) = 4x^3 - 15x^2 + 8x + 3\sqrt{x} - 6$.

2) حدّد الدالة F الأصلية ل f بحيث $F(1) = 16$.

055

نعتبر U الدالة الأصلية للدالة $u(x) = \dfrac{x}{x+3}$ على $]-3,+\infty[$ بحيث $U(0) = 0$

1) أدرس تغيرات U و استنتج أنّ $U(x) \geq 0$: $\forall x \in]-3,+\infty[$.

2) نعتبر الدالة $g(x) = U(x) - x$.

بيّن أنّ g تناقصية على $]-3,+\infty[$ ثم استنتج أنّ $U(x) \leq x$: $\forall x \in \mathbb{R}^+$.

056

نعتبر الدالة $v(x) = \dfrac{3x^2+6}{(x^2-x-2)^2}$.

1) حدّد مجموعة تعريف الدالة v .

2) حدّد a و b بحيث: $v(x) = \dfrac{a}{(x-2)^2} + \dfrac{b}{(x+1)^2}$.

3) استنتج V الدالة الأصلية ل v و التي تنعدم في 0 .

بالتوفيق

057

تنتج مقاولة k وحدة (بالآلاف) حيث $k \in [0;15]$. الكلفة الهامشية Coût marginal بالدرهم لهذا الإنتاج هي: $C_m(k) = 3k^2 - 36k + 50$

1) حدّد $C_T(k)$ الكلفة الإجمالية (هي دالة أصلية للدالة C_m)
علماً أنّ الكلفة الثابتة هي $C_T(0) = 200$.

2) نعرّف الكلفة المتوسّطة ب $C_M(k) = \dfrac{C_T(k)}{k}$ حيث $k \in]0;15]$.

أ) حدّد تعبير $C_M(k)$ و بيّن أنّ: $C'_M(k) = \dfrac{2(k-10)(k^2+k+10)}{k^2}$.

ب) أعط جدول التغيرات.

ج) ما هو عدد الوحدات التي يجب إنتاجها لكي تكون الكلفة المتوسطة دنوية ؟

د) أحسب هذه الكلفة المتوسطة و الكلفة الهامشية المرتبطة بها، ماذا تلاحظ ؟

058

تقوم وحدة صناعية بإنتاج 5000 قطعة غيار على الأكثر.

الكلفة الهامشية: $C_m(k) = \dfrac{1}{4}k^3 - k^2 + 4$ حيث $k \in [0,5]$.

1) حدّد الكلفة الكلية $C_T(k)$ لصنع k ألف قطعة غيار، علماً أنّ $C_T(0) = 45$.

2) استنتج بدلالة k ، الكلفة المتوسطة $C_M(k)$.