Durée : 02 Heures

تمرين رقم 01: (04 نقط)

I- لتكن z من $\mathbb{C}-\{i\}$ ، نضع : $f(z)=\dfrac{z}{z-i}$.	
✓ حدد طبيعة كل مجموعة من المجموعتين :	
$(E_1)=\{M(z)\in(P)/f(z)\in i\mathbb{R}\}$ و $(E_2)=\{M(z)\in(P)/\lvert f(z)\rvert=\sqrt{2}\}$.	1
II- نعتبر العددين العقديين : $b=2+\sqrt{3}+i$ و $a=(1+i)b$.	
1)- اكتب a على الشكل الجبري .	0,75
2)- بين أن : $1+i=\left[\sqrt{2},\dfrac{\pi}{4}\right]$ و $a=\left[2(1+\sqrt{3}),\dfrac{\pi}{3}\right]$.	1
3)- استنتج b على الشكل المثلثي ، ثم بين أن :	0,5
$\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right)=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ و $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right)=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.	0,75

تمرين رقم 02: (06 نقط)

⇦ لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :	
$(\forall n\in\mathbb{R}),f(x)=1+\dfrac{4x+2}{e^x}$.	
1)- أ- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ ، ثم أعط تأويلها الهندسي .	0,75
ب- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و مقاربه الأفقي $(\Delta):y=1$.	0,5
2)- بين أن : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$ ، ثم أعط تأويلهما الهندسي .	0,75
3)- أ- بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R}),f'(x)=\dfrac{2(-2x+1)}{e^x}$ ، ثم ضع جدول تغيرات f .	1
ب- اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الأفصول $x_0=0$.	0,5
4)- بين أن المعادلة : $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1,0[$.	0,5
5)- أ- بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R}),f''(x)=\dfrac{2(2x-3)}{e^x}$.	0,5
ب- ادرس تقعر المنحنى (C_f) وحدد أفصول نقطة انعطافه .	0,5
6)- ارسم المنحنى (C_f) في معلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (مبرزا المماس (T)) .	1

Durée : 02 Heures

تمرين رقم 03: (10 نقط)

I- لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :	07 نقط
$(\forall x\in\mathbb{R}),f(x)=\ln(1+2e^x)$.	
1)- بين أن المنحنى (C_f) يقبل بجوار $-\infty$ مقاربا أفقيا ينبغي تحديده .	0,5
2)- أ- تحقق أن : $(\forall x\in\mathbb{R}),f(x)=x+\ln(2+e^{-x})$ ، ثم استنتج أن المنحنى (C_f)	0,75
يقبل بجوار $+\infty$ مقاربا مائلا (Δ) معادلته : $y=x+\ln 2$.	
ب- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و مقاربه المائل (Δ) .	0,5
3)- أ- بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R}),f'(x)=\dfrac{2}{2+e^{-x}}$ ، ثم ضع جدول تغيرات f .	0,75
ب- اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الأفصول $x_0=0$.	0,5
4)- بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R}),f''(x)=\dfrac{2e^{-x}}{(2+e^{-x})^2}$ ، ثم استنتج تقعر المنحنى (C_f) .	0,75
5)- ارسم المنحنى (C_f) في معلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (مبرزا المماس (T)) .	1
6)- أ- بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده .	0,5
ب- ارسم المنحنى $(C_{f^{-1}})$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.	1
ج- بين أن f^{-1} قابلة للاشتقاق في $b=\ln 2$ ، ثم احسب $(f^{-1})'(\ln 2)$.	0,75
II- لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية المعرفة بما يلي :	03 نقط
$(\forall n\in\mathbb{N}),u_{n+1}=f(u_n)$ و $u_0=0$.	
1)- أ- بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}),u_{n+1}-u_n\geq\ln 2$.	0,5
ب- استنتج أن : $(\forall n\in\mathbb{N}),u_n\geq n.\ln 2$ ، ثم احسب نهاية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.	0,75
2)- لكل n من $\mathbb{N}$ ، نضع : $v_n=1+e^{u_n}$.	
أ- بين أن المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ هندسية أساسها $q=2$ ، ثم احسب حدها الأول v_0 .	0,5
ب- عبر عن v_n بدلالة n لكل $n\in\mathbb{N}$ ، ثم استنتج أن : $(\forall n\in\mathbb{N}),u_n=\ln(2^{n+1}-1)$.	0,5
ج- أثبت أن : $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{u_n}{n.\ln 2}=1$.	0,75

Fin Du Sujet .