الفرض الرابع باللغتين العربية و الفرنسية

المستوى الدراسي : الجذع المشترك **الشعبة : العلمية**

تاريخ التمرير : الجمعة 23 فبراير 2018 **مدة الإنجاز : ساعتان ونصف**

ملحوظة هامة: يكتب بخط واضح على ورقة التحرير:
- اسم ونسب المترشح(ة) (بالحروف العربية واللاتينية) وتاريخ الميلاد،
- اسم المؤسسة والبلدة والمديرية الإقليمية.

Exercice 1 : On considère un rectangle $ABCD$ de centre le point O de longueur AB et de largeur AD. Soit $(\mathcal{C})$ le cercle circonscrit au triangle OBC. Le cercle $(\mathcal{C})$ coupe le segment $[AB]$ en un deuxième point E.
Montrer que le triangle AEC est isocèle.

التمرين 1 : نعتبر مستطيلاً $ABCD$ مركزه النقطة O و طوله AB و عرضه AD. لتكن $(\mathcal{C})$ الدائرة المحيطة بالمثلث OBC. الدائرة $(\mathcal{C})$ تقطع القطعة $[AB]$ في نقطة ثانية E.
بيّن أن المثلث AEC متساوي الساقين.

Exercice 2 : Déterminer tous les entiers naturels non nuls x et y qui vérifient

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{5}$$

التمرين 2 : حدّد جميع الأعداد الصحيحة الطبيعية غير المنعدمة x و y التي تحقق

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{5}$$

Exercice 3 : Soit ABC un triangle. On pose $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$, $\widehat{BAC}=\alpha$, $\widehat{CBA}=\beta$ et $\widehat{ACB}=\gamma$. On suppose que $\alpha>\beta>\gamma$.

1. Montrer que $\dfrac{b}{\alpha}+\dfrac{a}{\beta}\geq\dfrac{a}{\alpha}+\dfrac{b}{\beta}$.
2. Montrer que
$$a\left(\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}\right)+b\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\gamma}\right)+c\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)\geq 2\left(\frac{a}{\alpha}+\frac{b}{\beta}+\frac{c}{\gamma}\right)$$

التمرين 3 : ليكن ABC مثلثاً. نضع $AB=c$ و $AC=b$ و $BC=a$ و $\widehat{BAC}=\alpha$ و $\widehat{CBA}=\beta$ و $\widehat{ACB}=\gamma$. نفترض أن $\alpha>\beta>\gamma$.
1. بيّن أن $\dfrac{b}{\alpha}+\dfrac{a}{\beta}\geq\dfrac{a}{\alpha}+\dfrac{b}{\beta}$.
2. بيّن أن
$$a\left(\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}\right)+b\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\gamma}\right)+c\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)\geq 2\left(\frac{a}{\alpha}+\frac{b}{\beta}+\frac{c}{\gamma}\right)$$

Exercice 4 : On dit qu'un sous ensemble non vide A de $\mathbb{N}$ est complet si pour tout entiers naturels a et b tels que $a+b\in A$, alors le nombre ab appartient aussi à A.
Trouver tous les ensembles complets de l'ensemble $\mathbb{N}$.

التمرين 4 : نقول عن مجموعة جزئية وغير فارغة A من $\mathbb{N}$ إنها تامة إذا كان لكل عددين صحيحين طبيعيين a و b حيث $a+b\in A$، فإن العدد ab ينتمي كذلك إلى A.
أوجد جميع المجموعات التامة للمجموعة $\mathbb{N}$.