08/04/2010

08-04-2010 | فرض 2 | الدورة II | 2 بكـ عر | S.M

تمرين I نضع $I=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$; $J=\begin{pmatrix}0&1\\-1&\sqrt{3}\end{pmatrix}$

$E=\{M(x;y)=xI+yJ \mid x;y\in\mathbb{R}\}$

1- تحقق أن $J^2=-I+\sqrt{3}\cdot J$

2- بين أن $(E,+)$ زمرة تبادلية

3- بين أن E جزء مستقر من $(M_2(\mathbb{R});\times)$

4- بين أن $(E,+;\times)$ جسم تبادلي

5- نعتبر التطبيق φ حيث

$$\varphi: E \longrightarrow \mathbb{C}$$
$$M(x;y) \longrightarrow x+y.e^{i\frac{\pi}{6}}$$

a- بين أن φ تشاكل تقابلي من $(E,+)$ نحو $(\mathbb{C};+)$ و حدد تقابله العكسي φ^{-1}

b- بين φ تشاكل من $(E;\times)$ نحو $(\mathbb{C};\times)$

c- حل في E المعادلة $x^4=I$

d- أحسب J^n بدلالة n ; $n\in\mathbb{N}$

e- استنتج أن: $J^n=I \iff n\equiv 0[12]$

تمرين III A بين ان لكل $x\geq 0$

$$0\leq x-\text{Arctan}x\leq\frac{x^3}{3}$$

B نضع $\begin{cases}g(t)=\dfrac{\text{Arctan}t}{t} & ; t>0\\ g(0)=1\end{cases}$

بين ان g متصلة على $[0;+\infty[$

C نضع $\begin{cases}f(x)=\dfrac{1}{x}\displaystyle\int_0^x g(t)dt & ; x>0\\ f(0)=1\end{cases}$

1- بين أن لكل $x>0$

$$1-f(x)=\frac{1}{x}\int_0^x[1-g(t)]dt$$

2- بين ان لكل $x>0$

$$0\leq 1-f(x)\leq\frac{x^2}{9}$$

3- استنتج ان f متصلة على اليمين في 0 وادرس قابلية اشتقاق f في 0 على اليمين

4- بين f قابلة لاشتقاق على $]0;+\infty[$ واحسب $f'(x)$

5- بين ان لكل $x\geq 1$

$$0\leq\int_1^x g(t)dt\leq\frac{\pi}{2}Lm(x)$$

6- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

تمرين II 1- بين ان $F(x)=\displaystyle\int_{2x}^{x^2}\frac{dt}{1+t^e+e^t}$ قابلة لاشتقاق على $\mathbb{R}$

و أحسب $F'(x)$

2- أحسب $\lim\limits_{x\to e}\dfrac{1}{x-e}\displaystyle\int_e^x\frac{e^tLm(t)}{1+t^2}dt$

3- باستعمال مكاملة بالاجزاء أحسب

$$I=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{x}{\sin^2 x}dx$$

4- ليكن g حيث $t=\cos(2x)$

أحسب

$$K=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^3 x.\cos(x)}{1+\cos^2(2x)}dx$$

تمرين I	تمرين II	تمرين III
0.5	1.25	1
0.75		0.75
0.75	1.25	0.75
1,5		1
1	1.25	1
0.5		1
1.25	1,25	0.75
1		0.75
0.75	5	7
8		

www.riyadiyat.net