ثانوية ابن رشد فاس	فرض محروس رقم 1 مادة الرياضيات (المدة : ساعتان) التاريخ : 20- 10- 2016	القسم 2 ع ف1 السنة : 2016 – 2017 الأستاذ : التوتي

تمرين 1 : (4p)

1 – قارن الاعداد التالية : $a=\sqrt[3]{\sqrt{2}}$ و $b=\sqrt{\sqrt{5}}$ و $c=\sqrt[4]{7}$ (0.5)

2 – ليكن $x\in IR_+^*$ و $y\in IR_+^*$ بين ان : $\dfrac{\sqrt[3]{x^5}}{\sqrt{\sqrt{y^{-5}}}}\times\sqrt[12]{\dfrac{x^{-8}}{y^3}}=xy$. (0.5) (0.5)

3 – بسط العدد A : $A=\sqrt{\sqrt{3}}+2\sqrt[4]{48}-\sqrt[4]{243}$ (0.5)

تمرين 2 : (3p)

نعتبر الدالة f المعرفة على IR^+ بما يلي :
$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{3-\sqrt{9+\sqrt{x}}}{x+\sqrt{x}}\,;x\succ 0 \\ f(0)=-\dfrac{1}{6}\end{cases}$$
أدرس اتصال f في $x_0=0$. (1) (1) (1)

تمرين 3 :

احسب النهايات التالية :

1 - $\lim\limits_{5}\dfrac{3-\sqrt[3]{22+x}}{5-x}$

2 - $\lim\limits_{-\infty} x-\sqrt{3x^2+x+1}$

3 - $\lim\limits_{-\infty}\sqrt[3]{2x^3-3x+1}-x$

4 - $\lim\limits_{+\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x^3+x+1}-2\sqrt[4]{x^4+2}}{4x}$

تمرين 4 : (3.5p)

لتكن f دالة متصلة على المجال $[0;1]$ بحيث : $2\prec f(x)\prec 3$ ولتكن الدالة g المعرفة على بما يلي
$$g(x)=xf(x)-2$$

1 – بين أن g دالة متصلة على وحدد اشارة كل من $g(0)$ و $g(1)$. (0.5)

2 – استنتج أن : $\exists c\in\,]0;1[\quad : \quad f(c)=\dfrac{2}{c}$ (0.5)

3 – أ - بين أن المعادلة $x^3+4x-1=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left[0;\dfrac{1}{2}\right]$. (1) (1)

ب – أطر α^3 واستنتج أن $\dfrac{7}{32}\prec\alpha\prec\dfrac{1}{4}$.

ج - نعتبر الدالة f المعرفة على $\left]-\infty;\dfrac{1}{4}\right]$ بما يلي :
$$\begin{cases} f(x)=x;x\prec\alpha \\ f(x)=\sqrt[3]{1-4x};\alpha\le x\le\dfrac{1}{4}\end{cases}$$
بين أن f متصلة في $x_0=\alpha$.

تمرين 5 : (2.5p)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]-\infty;0]$ بما يلي : $f(x)=\dfrac{x^2+2}{2x^2+1}$

1 – بين أن : $f'(x)=\dfrac{-6x}{(2x^2+1)^2}\quad : \quad \forall\in\,]-\infty;0]$ (1)

2 –اعط جدول تغيرات الدالة f على المجال $I=]-\infty;0]$. (1.5)

3 – بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J يجب تحديده .

4 –بين أن : $f^{-1}(x)=-\sqrt{\dfrac{2-x}{2x-1}}\quad : \quad (\forall\in J)$

5 – بين أن المعادلة $f(x)=\sqrt{2}$ تقبل حلا وحيدا α بحيث : $\dfrac{-2}{3}\prec\alpha\prec\dfrac{-1}{2}$

6 – استنتج أن : $\dfrac{1}{2}\prec\sqrt{\dfrac{2-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-1}}\prec\dfrac{2}{3}$.