الثانوية التأهيلية أحمد الحنصالي
نيابة صنجة - أصيلة
PC 1 & SVT 1

فرض محروس رقم 02
الرياضيات

التاريخ : 16 – 12 – 2015
مدة الإنجاز: ساعتان
الأستاذ : محمد البخيري

التنقيط	الموضوع
	☯ يسمح باستعمال المحسبة غير القابلة للبرمجة ☯ تأخذ بعين الاعتبار الدقة في الإجابة وجودة التحرير وسلامة تسلسل الأفكار
2 Pts	**التمرين الأول :**
	حدد دالة اصلية لكل من الدالتين f و g حيث : $f(x) = 4x^3 - 6x + 3$ و $g(x) = \frac{x-2}{\sqrt[4]{x^2-4x+5}}$
6 Pts	**التمرين الثاني :**
	لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $I = [2,3]$ بما يلي $f(x) = \sqrt{5x-6}$. ونعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = \frac{11}{5}$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$.
0,5	1) تحقق أن f تزايدية على المجال I .
1,5	2) أ- بين أن : $f(x) - x = \frac{(x-2)(3-x)}{\sqrt{5x-6}+x}$ لكل x من I .
1	ب-استنتج أن $f(x) - x \geq 0$ لكل x من I .
1	3) بين بالترجع أن: $2 < u_n < 3$ لكل n من $\mathbb{N}$.
1	4) بين أن المتتالية (u_n) تزايدية و استنتج انها مقاربة .
1	5) حدد $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.
12 Pts	**التمرين الثالث :**
	لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{3u_n + 2}{u_n + 2} \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$
	الجزء الاول
0,5	1) بين أن $u_n \geq 0$ لكل n من $\mathbb{N}$.
1	2) أ- تحقق أن : $2 - u_{n+1} = \frac{2-u_n}{2+u_n}$.
1	ب- بين أن : $u_n < 2$ لكل n من $\mathbb{N}$.
1,5	3) بين أن (u_n) تزايدية واستنتج أنها متقاربة .
0,5	4) أ- بين أن : $\frac{1}{2+u_n} \leq \frac{1}{3}$
1,5	ب- بين أن : $2 - u_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$.
1	ج- استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.
	الجزء الثاني
	نضع $v_n = \frac{u_n-2}{u_n+1}$
1,5	1) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ و احسب حدها الأول v_0.
0,5	2) اكتب v_n بدلالة n .
1	3) حدد u_n بدلالة n .
0,5	4) استنتج من جديد $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.
	5) نضع : $S_n = \frac{1}{u_0+1} + \frac{1}{u_1+1} + \cdots + \frac{1}{u_n+1}$.
1,5	حدد S_n بدلالة n .

بالتوفيق