تمرين1
جزء1
نعتبر العدد العقدي j المعرف ب $j=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1. اكتب j على شكله المثلثي.
2. استنتج ان $j^2=\bar{j}$ ثم حدد j^n لكل n من $\mathbb{Z}$.
3. دون القيام باية عملية حسابية بين ان j جدر للحدودية X^2+X+1 في $\mathbb{C}$ ثم حدد جدرها الاخر.
4. بين ان $j^{2n}+j^n\in IR \quad \forall n\in Z$.

جزء2
نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية

$$(E): 2Z^2+\left(i\sqrt{3}-1\right)Z-i\sqrt{3}-1=0$$

1. حل المعادلة في $\mathbb{C}$.
2. لتكن $A(1)$ و $C'(j)$ و $C(\bar{j})$ في المستوى العقدي المنسوب الى معلم متعامد وممنظم ومباشر $(O,\vec{e}_1,\vec{e}_2)$.

أ. بين ان النقط A و C' و C غير مستقيمية.

ب. بين ان المثلث ACC' متساوي الاضلاع.

ت. حدد معادلة ديكارتية للدائرة المحيطة بالمثلث ACC'.

3. نعتبر الدورانين $r=r\left(O,\frac{\pi}{3}\right)$ و $r_0=r\left(O,\frac{2\pi}{3}\right)$ ولتكن النقط المعرفة ب $r_0(C)=E$ و $r(A)=B$ و $r(C)=D$ و $r(E)=F$.

أ. حدد الحاق النقط E و B و D و F.

ب. بين ان $ABCDEF$ سداسي منتظم واحسب u_0 طول بعده.

4. ليكن $h_0=h\left(O,\frac{1}{2}\right)$ التحاكي دا المركز O والنسبة $\frac{1}{2}$ والتطبيق $f_0=h_0\circ r$. حدد الحاق النقط A_1 و B_1 و C_1 و D_1 و E_1 و F_1 صور A و B و C و D و E و F على التوالي بالتطبيق f_0 ثم حدد طبيعة السداسي $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ وبعده u_1.
5. لكل n من IN نعتبر التطبيق f_n المعرف ب $f_n=h_n\circ r$ حيث $h_n=h\left(O,\frac{1}{n+2}\right)$ ولتكن (u_n) المتتالية المعرفة ب $u_n=f_{n-1}(A_{n-1})f_{n-1}(B_{n-1}) \quad \forall n\geq 1$ و $A_0=A$ و $B_0=B$.

بين ان المتتالية (u_n) متقاربة وحدد نهايتها.

تمرين2
نعتبر الحدودية $P(X)=X^5+3$

1. بين ان P تقبل جدرا وحيدا x_0 في IR (ليس مطلوبا تحديده).

(يمكن استعمال الجدور النونية للوحدة وعلاقتي اولير).

2. ليكن $z_0=\sqrt[5]{3}e^{i\frac{\pi}{5}}$.

ا. تاكد ان z_0 جدر ل P في $\mathbb{C}$.

ب. دون القيام باية عملية حسابية حدد z_1 جدرا اخر ل P في $\mathbb{C}$.

3. حدد الجدرين المتبقيين للحدودية P في $\mathbb{C}$.
4. استنتج تعميلا ل P الى ثلاث حدوديات معاملاتها حقيقية.
5. برهن ان $\cos\frac{\pi}{5}+\cos\frac{3\pi}{5}+\cos\frac{7\pi}{5}+\cos\frac{9\pi}{5}=1$.
6. لتكن $A(z_0)$ و $B(x_0)$ و $C(z_1)$ في المستوى العقدي المنسوب الى معلم متعامد وممنظم ومباشر $(O,\vec{e}_1,\vec{e}_2)$

نعتبر r الدوران دا المركز O والدي يحول A الى B .

أ. حدد زاوية هدا الدوران.

ب. بين ان $r(B)=C$.

تمرين3
ليكن ABC مثلثا في المستوى العقدي و a و b و c الحاق A و B و C على التوالي .

1. برهن ان

ABC متساوي الاضلاع $\Leftrightarrow \frac{a-b}{c-b}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ او $\frac{a-b}{c-b}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$.

2. ا. حدد الجدور من الرتبة الثالثة للعدد1 –

ب.استنتج تعميلا للحدودية X^2-X+1 الى حدوديتين من الدرجة الاولى.

3 . بين ان

ABC متساوي الاضلاع $\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc=0$.

تمرين4
جزء1
1.ا. بين ان $\sin x\leq x\leq \tan x \quad \forall x\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$.

ب. اعط تاويلا هندسيا لهاتين المتفاوتتين.

2. استنتج ان $\cot g^2x\leq\frac{1}{x^2}\leq\frac{1}{\sin^2 x} \quad \forall x\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$.

3.لكل n من IN^* نضع

$$A_n=\sum_{k=1}^{n}\cot g^2\left(\frac{k\pi}{2n+1}\right) \text{ و } B_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sin^2\left(\frac{k\pi}{2n+1}\right)}$$

باستعمال السؤال 2 بين ان $A_n\leq\sum_{k=1}^{n}\frac{(2n+1)^2}{k^2\pi^2}\leq B_n \quad \forall n\in IN^*$.

جزء2
لكل n من IN^* نعتبر الحدودية

$P_n(X)=(X+1)^{2n+1}-(X-1)^{2n+1}$.

1. تاكد ان 1 و -1 ليسا جدرين ل P_n .
2. بين ان درجة P_n هي $2n$ وحدها الاكبر درجة هو $(4n+2)X^{2n}$.

3. ا. اوجد جدور P_n في $\mathbb{C}$ واكتبها على الشكل الجبري.

ب.استنتج تعميلا ل P_n الى حدوديات من الدرجة الاولى دات معاملات عقدية.

4. تاكد ان

$$\forall 1\le k\le n \quad \cot g\left(\frac{(2n+1-k)\pi}{2n+1}\right)=-\cot g\left(\frac{k\pi}{2n+1}\right).$$

5. استنتج تعميلا ل P_n الى حدوديات من الدرجة الثانية دات معاملات حقيقية ثم اوجد حد P_n دا الاس $2n-2$ بدلالة A_n.

6. برهن ان $A_n=\frac{n(2n-1)}{3}$ واستنتج ان $B_n=\frac{n(2n+1)}{3}$.

جزء3

باستعمال الجزءين السابقين بين ان $\lim\limits_{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k^2}=\frac{\pi^2}{6}$.

تمرين5

جزء1

1. **حدد $(z_k)_{0\le k\le 23}$ الجدور من الرتبة 24 للوحدة.**
2. **استنتج بدلالة $\omega=e^{i\frac{\pi}{12}}$ حلول المعادلة التالية في $\mathbb{C}$** $x^{23}+x^{22}+\dots+x^2+x+1=0$
3. **اثبت ان $\prod_{k=0}^{23}z_k=-1$**
4. **لتكن A_k صورة العدد z_k في المستوى العقدي لكل k حيث $0\le k\le 23$. ولكل $1\le k\le 23$ نضع** $\theta_k\equiv\left(\overrightarrow{A_{k-1}A_k},\overrightarrow{A_kA_{k+1}}\right)[2\pi]$ **حيث** $\theta_k\in\left]-\pi,\pi\right]$.

أ. بين ان المتتالية $(\theta_k)_{1\le k\le 23}$ ثابتة محددا قيمة هده الثابتة. لتكن α هده الثابتة .

ب. ليكن $R=R(O,\alpha)$ الدوران الدي مركزه اصل المعلم وقياس زاويته α. بين ان $R^{24}=id_P$ حيث $R^k=R\circ R\circ\dots\circ R$ تركيب R k مرة لكل k من IN^*.

ج.لتكن S و S' المجموعتان المعرفتان بما يلي

$$S=\left\{M\in(P):\left\|\sum_{k=0}^{23}\overrightarrow{MA_k}\right\|=24\right\} \text{ و}$$

$$S'=\left\{M\in(P):\sum_{k=0}^{23}MA_k^{\,2}=48\right\}$$

بين ان $S=S'$ وان $A_k\in S \quad \forall k,0\le k\le 23$.

د. اثبت ان $R(S)=S$.

جزء2

نعتبر العدد العقدي $\omega'=4\sqrt{3}+4i$.

1. **حدد الشكل المثلثي للعدد ω'.**
2. **مستعملا طريقتين مختلفتين حدد الجدرين المربعين للعدد ω'.**

ليكن z_0 احد هدين الجدرين والدي يحقق $\mathrm{Re}(z_0)\succ 0$.

3. **اثبت ان** $\sum_{k=0}^{23}\left(\frac{z_0}{2\sqrt{2}}\right)^k=0$.

تمرين 6

لكل عدد عقدي z مخالف للعدد -1 نضع $f(z)=\frac{iz-1}{(z+1)^2}$

1. **ا حدد العدد الحقيقي y بحيث $f(iy)=iy$**

ب حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $(E): f(z)=z$

نرمز ب z_0 و z_1 و z_2 لحلول المعادلة (E) حيث $\mathrm{Re}(z_0)=0$ و $\mathrm{Re}(z_1)\succ\mathrm{Re}(z_2)$

2. **ا تحقق أن $z_1+1=e^{i\frac{11\pi}{6}}$ و $z_2+1=e^{i\frac{7\pi}{6}}$**

ب استنتج الكتابة المثلثية ل z_1 و z_2

3. **في هذا السؤال نفترض ان $z=e^{i\alpha}$ حيث $0\le\alpha\prec\pi$**

ا بين ان $\overline{f(z)}=i\,zf(z)$

ب حدد α علما ان $\overline{f(z)}+f(z)=0$

ج اكتب $f(z)$ على الشكل الاسي

4. **حدد z علما ان** $\begin{cases}|z|=1\\ \mathrm{Re}(f(z))=\frac{1}{2}\end{cases}$

تمرين7 m عدد عقدي يخالف1

جزء اول : نعتبر في$\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z

$$(E): Z^2-(-i+1)(1+m)Z-i\left(m^2+1\right)=0$$

1. **ا تحقق ان مميز المعادلة هو** $\Delta=[(1+i)(m-1)]^2$

ب حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E)

ج اكتب على الشكل الجبري قيمتي m التي من اجلهما يكون جداء حلي (E) يساوي 1

2. **نضع $z_1=1-i\,m$ و $z_2=m-i$ و $m=e^{i\theta}$ حيث** $\frac{\pi}{2}\prec\theta\prec\pi$ **اكتب z_1 و z_2 على الشكل المثلثي**

جزء ثاني : في المستوى العقدي نعتبر $M(m)$ و $M_1(z_1)$ و $M_2(z_2)$

1. **حدد m لكي تكون M و M_1 و M_2 مستقيمية**
2. **نعتبر التطبيق العقدي المعرف ب $f(z)=1-iz$**

ا حدد z_0 حل المعادلة $f(z)=z$ لتكن $M_0(z_0)$

ب بين أن $\frac{z_2-z_1}{z_2-m}$ تخيلي صرف يكافئ $\mathrm{Re}(m)+\mathrm{Im}(m)=1$

ج استنتج مجموعة النقط M حيث M_0 و M و M_1 و M_2 متداورة

تمرين8 (2011 د ع) m عدد عقدي غير منعدم

جزء أول : نعتبر في$\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z

$$(E_m) : Z^2 + \left[(1-i)m-4\right]Z - im^2 - 2(1-i)m + 4 = 0$$

.1 تحقق أن $z_1 = -m+2$ حل للمعادلة (E_m)

.2 ليكن z_2 الحل الثاني للمعادلة (E_m)

ا بين أن $z_1 z_2 = 1 \Leftrightarrow im^2 + 2(1-i)m - 3 = 0$

ب حدد قيمتي m بحيث $z_1 z_2 = 1$

جزء ثاني : المستوى العقدي منسوب الى معلم متعامد وممنظم ومباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$

نعتبر التطبيق S الذي يربط كل نقطة $M(z)$ من المستوى العقدي بالنقطة $M'(z')$ حيث $z'-1 = -(z-1)$ والدوران R الذي مركزه $\Omega(1+i)$ وقياس زاويته $\frac{\pi}{2}$ وليكن z'' لحق النقطة $M'' = R(M)$

.1 ا بين أن التطبيق S هو التماثل المركزي الذي مركزه النقطة ذات اللحق 1

ب بين أن : $z'' = iz + 2$

.2 نفترض ان النقطة M تخالف النقطة O أصل المعلم ولتكن $A(2)$

ا احسب $\frac{z''-2}{z'-2}$ واستنتج طبيعة المثلث $AM'M''$

ب حدد مجموعة النقط M بحيث تكون النقط A و Ω و M' و M'' متداورة

<u>التمرين الثاني</u>:(3,75 نقطة)

ليكن a عددا عقديا غير منعدم و $\bar{a}$ مرافق العدد a.

I- نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(G) \quad iz^2 + (a+\bar{a}-i)z - \bar{a} - ia\bar{a} = 0$

1) أ) تحقق أن مميز المعادلة (G) هو: $\Delta = (a-\bar{a}-i)^2$

ب)حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة (G) .

2) بين أن a حل للمعادلة (G) إذا و فقط إذا كان $\mathrm{Re}(a) = \mathrm{Im}(a)$ (حيث $\mathrm{Re}(a)$ هو الجزء الحقيقي للعدد العقدي a و $\mathrm{Im}(a)$ هو جزءه التخيلي)

II- المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O;\vec{u},\vec{v})$ ،نفترض أن $\mathrm{Re}(a) \neq \mathrm{Im}(a)$

نعتبر النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي a و $i\bar{a}$ و $1+ia$

1) نضع : $Z = \frac{(1+ia)-a}{(i\bar{a})-a}$

أ) تحقق أن : $\bar{Z} = \frac{(i-1)\bar{a}-i}{i\bar{a}-a}$

ب) بين أن النقط A و B و C مستقيمية إذا و فقط إذا كان $\mathrm{Im}(a) = \frac{1}{2}$

2) نفترض في هذا السؤال أن $\mathrm{Im}(a) \neq \frac{1}{2}$

نعتبر R_1 الدوران الذي مركزه A و زاويته $-\frac{\pi}{2}$ و R_2 الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$

نضع : $R_1(B) = B'$ و $R_2(C) = C'$

لتكن النقطة E منتصف القطعة $[BC]$

أ) حدد 'b و 'c لحقي النقطتين 'B و 'C على التوالي .

ب)بين أن المستقيمين (AE) و $(B'C')$ متعامدان و أن $B'C' = 2AE$

<u>التمرين الثاني</u> : (3,5 نقط)

المستوى العقدي منسوب إلى معلم منعامد ممنظم ومباشر $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.

1. أ- حدد الجذرين المربعين للعدد العقدي : $3+4i$.

ب- حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E): \quad 4z^2 - 10iz - 7 - i = 0$.

2. ليكن a و b حلي المعادلة (E) حيث : $\Re e(a) < 0$ والنقطتين A و B صورتي a و b على التوالي.

أ- تحقق أن : $\frac{b}{a} = 1-i$.

ب- استنتج أن المثلث AOB متساوي الساقين وقائم الزاوية في A.

3. لتكن C نقطة لحقها c وتخالف النقطة A ولتكن D صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{2}$ ولتكن L صورة النقطة D بالإزاحة التي متجهتها $\overrightarrow{AO}$.

أ- حدد بدلالة c العدد العقدي d لحق النقطة D.

ب- حدد بدلالة c العدد العقدي ℓ لحق النقطة L.

جـ- حدد الكتابة الجبرية للعدد العقدي $\frac{\ell - c}{a - c}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ACL.

<u>التمرين الثالث</u> :(4 نقط)

<u>الجزء الأول</u>: نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E) \quad z^3 - (1+2i)z^2 + 3(1+i)z - 10(1+i) = 0$

1- تحقق أن العدد $-2i$ حل للمعادلة (E)

2- حدد العددين العقديين α و β بحيث :

$$(\forall z \in \mathbb{C}) \; : \; z^3 - (1+2i)z^2 + 3(1+i)z - 10(1+i) = (z+2i)(z^2 + \alpha z + \beta)$$

3- أ) حدد الجذرين المربعين للعدد $5-12i$

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E)

<u>الجزء الثاني</u>: المستوى العقدي منسوب لمعلم متعامد ممنظم مباشر.

نعتبرالنقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a = -1+3i$ و $b = -2i$ و $c = 2+i$

1- بين أن المثلث ABC قائم الزاوية ومتساوي الساقين في C

2- نعتبر الدوران R_1 الذي مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{3}$ و الدوران R_2 الذي مركزه A و زاويته $\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$

لتكن M نقطة من المستوى العقدي لحقها z و M_1 صورتها بالدوران R_1 و M_2 صورتها بالدوران R_2

أ) تحقق أن الصيغة العقدية للدوران R_1 هي : $z' = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)z - \sqrt{3} - i$

ب) حدد z_2 لحق M_2 بدلالة z

ج)استنتج أن النقطة I منتصف القطعة $[M_1 M_2]$ ثابتة.

التمرين الأول:(3,5 نقط)

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر التطبيق r الذي يربط النقطة $M(z)$ بالنقطة $M_1(z_1)$ حيث : $z_1=\frac{1+\sqrt{3}i}{2}z+\frac{\sqrt{3}+i}{2}$

و التطبيق h الذي يربط النقطة $M(z)$ بالنقطة $M_2(z_2)$ حيث : $z_2=-2z+3i$ و نضع $F=h\circ r$

1) حدد طبيعة كل من التطبيقين r و h وعناصرهما المميزة .

2) نعتبر النقطتين $\Omega(i)$ و $A(a)$ حيث a عدد عقدي معلوم مخالف للعدد i .

ونضع: $B=F(A)$ و $C=F(B)$ و $D=F(C)$

أ) بين أنه إذا كانت النقطة $M'(z')$ هي صورة النقطة $M(z)$ بالتطبيق F فإن :

$$z'-i=2e^{i\frac{4\pi}{3}}(z-i)$$

ب) تحقق أن Ω هي النقطة الوحيدة التي تحقق : $F(\Omega)=\Omega$

3) أ) حدد بدلالة العدد العقدي a الأعداد العقدية b و c و d ألحاق النقط B و C و D على التوالي.

ب) بين أن النقط Ω و A و D مستقيمية.

ج) بين أن Ω هو مرجح النظمة المتزنة $\{(B,4);(C,2);(D,1)\}$

د) حدد مجموعة النقط $A(a)$ لكي تكون النقطة D تنتمي إلى المحور الحقيقي.

التمرين الثاني :(3.5 نقط)

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O;\vec{u},\vec{v})$.

1) أ– حدد الجذرين المربعين للعدد العقدي : $3+4i$

ب– حل في المجموعة ℂ المعادلة : $(E):4z^2-10iz-7-i=0$

2) ليكن a و b حلي المعادلة (E) حيث: $\text{Re}(a)<0$ والنقطتين A و B صورتي a و b على التوالي.

أ– تحقق أن: $\frac{b}{a}=1-i$

ب– استنتج أن المثلث AOB متساوي الساقين و قائم الزاوية في A .

3) لتكن C نقطة لحقها c وتخالف النقطة A ولتكن D صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{2}$ ولتكن L صورة النقطة D بالإزاحة التي متجهتها $\overrightarrow{AO}$.

أ– حدد بدلالة c العدد العقدي d لحق النقطة D.

ب– حدد بدلالة c العدد العقدي ℓ لحق النقطة L .

ج– حدد الكتابة الجبرية للعدد العقدي $\frac{\ell-c}{a-c}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ACL .

التمرين الثاني : (4 نقط)

ليكن u عددا عقديا يخالف $(1-i)$

1) أ ــ أنشر $(iu-1-i)^2$

ب ــ حل في مجموعة الأعداد العقدية ℂ المعادلة ذات المجهول z :

$$z^2-2(u+1-i)z+2u^2-4i=0$$

2) المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم ومباشر.

نعتبر النقط $A((1+i)u-2i)$ و $B((1-i)u+2)$ و $U(u)$ و $\Omega(2-2i)$

أ ــ حدد لحق النقطة I منتصف القطعة $[AB]$ ثم حدد متجهة الإزاحة t التي تحول النقطة U إلى النقطة I

ب ــ ليكن R الدوران الذي مركزه Ω وزاويته $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$. بين أن $R(A)=B$

ج ــ استنتج أن (ΩI) و (AB) متعامدان.

د ــ انطلاقا من النقطة U وضح طريقة لإنشاء النقطتين A و B

3) نضع $u=a(1+i)-2i$ حيث $(a\in\mathbb{R})$

أ)حدد لحقي المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AU}$ بدلالة a

ب) استنتج أن النقط A و B و U مستقيمية.

التمرين الثاني :(4 نقط)

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد و ممنظم و مباشر $(O;\vec{u},\vec{v})$.

1) نعتبر في المجموعة ℂ المعادلة $z^2-4iz-2+2i\sqrt{3}=0$ (E)

أ- تحقق ان العدد العقدي $a=1+i(2-\sqrt{3})$ حل للمعادلة (E)

ب- استنتج b الحل الثاني للمعادلة (E)

2) أ - بين أن : $a^2=4(2-\sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{6}}$

ب- اكتب العدد a على الشكل المثلثي.

3) نعتبر النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي a و b و $c=2i+2e^{i\frac{\pi}{7}}$

لتكن (Γ) الدائرة التي أحد أقطارها $[AB]$

أ - حدد ω لحق النقطة Ω مركز الدائرة (Γ)

ب - بين أن النقطتين O و C تنتميان للدائرة (Γ)

ج- بين أن العدد العقدي $\frac{c-a}{c-b}$ تخيلي صرف.

التمرين الثاني (4نقط ونصف)

ليكن θ عددا حقيقيا بحيث: $0\le\theta\le 2\pi$. نضع: $p=5\cos\theta+3i\sin\theta$.

نعتبر في ℂ المعادلة (E) التالية: $(E):\quad z^2-2pz+16=0$.

1) أ- تحقق أن: $p^2-(3\cos\theta+5i\sin\theta)^2=16$

ب- حل في ℂ المعادلة (E): نرمز بـ z_1 و z_2 لحلي المعادلة (E) بحيث: $|z_1|<|z_2|$.

2) المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O;\vec{u},\vec{v})$؛

نعتبر النقطتين M_1 و M_2 اللتين لحقاهما على التوالي هما z_1 و z_2 .

أ) بين أنه عندما يتغير العدد θ في المجال $]0;2\pi[$، فإن النقطة M_1 تتغير على دائرة (C) ينبغي تحديد معادلة لها.

3) أ- بين أنه لكل عددين عقديين a و b من $\mathbb{C}-\{4\}$، لدينا: $(ab=16)\Leftrightarrow\left(\frac{b+4}{b-4}=-\frac{a+4}{a-4}\right)$.

ب- استنتج أن: $\frac{z_2+4}{z_2-4}=-\frac{z_1+4}{z_1-4}$.

ج- بين أن: $\overline{(\overrightarrow{M_1F};\overrightarrow{M_1F'})}\equiv\pi+\overline{(\overrightarrow{M_2F};\overrightarrow{M_2F'})}[2\pi]$.

حيث $F(4)$ و $F'(-4)$