Durée : 02 heures

تمرين رقم 01:

⇦ لتكن f الدالة المعرفة بما يلي :

$$f(x)=\sqrt[3]{(1-x)(x+2)^2} .$$

1)- حدد D_f ، ثم ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

2)- أ- ادرس قابلية اشتقاق f في $a=-2$ و على اليسار في $b=1$ ، ثم أول هندسيا كل نتيجة .

ب- بين أن : $(\forall x\in D_f-\{-2,1\}), f'(x)=\dfrac{-x(x+2)}{\sqrt[3]{(x-1)^2(x+2)^4}}$ ، ثم ضع جدول تغيرات f .

3)- ارسم المنحنى (C_f) في معلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

4)- ارسم في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ المجموعة : $(\Gamma)=\{M(x,y)\in(\mathrm{P})/\ x^3+3x^2+y-4=0\}$.

تمرين رقم 02:

⇦ لتكن f الدالة المعرفة بما يلي :

$$f(x)=\sqrt{x+\sqrt{x^2+1}} .$$

1)- بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R}), x+\sqrt{x^2+1}>0$ ، ثم استنتج D_f .

2)- أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل بجوار $-\infty$ مقاربا أفقيا ينبغي تحديده .

ب- بين أن المنحنى (C_f) يقبل بجوار $+\infty$ فرعا شلجميا ينبغي تحديد اتجاهه .

3)- أ- بين أن : $(\forall x\in D_f), f'(x)=\dfrac{f(x)}{2\sqrt{x^2+1}}$ ، ثم استنتج منحى تغيرات f على D_f .

ب- اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الأفصول $x_0=0$.

4)- أ- بين أن : $(\forall x\in D_f), f''(x)=\dfrac{f(x)}{2(x^2+1)}\times\left(\sqrt{x^2+1}-2x\right)$.

ب- ادرس تقعر المنحنى (C_f) و حدد نقط انعطافه إن وجدت .

5)- بين أن المعادلة : $(\mathrm{E}): f(x)=x$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[1,+\infty[$ و أن : $2<\alpha<3$.

Durée : 02 heures

6)- ارسم المنحنى $\left(C_f\right)$ في معلم متعامد و ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (مبرزا المماس $\left(\mathrm{T}\right)$) .

7)- أ- بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على $\mathbb{R}^{*+}$.

ب- ارسم المنحنى $\left(C_{f^{-1}}\right)$ في المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

ج- بين أن f^{-1} قابلة للاشتقاق في $b=1$ و احسب $\left(f^{-1}\right)'(1)$.

8)- لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^{*+}$ بما يلي :

$$\left(\forall x\in\mathbb{R}^{*+}\right), g(x)=x^2.f^{-1}(x) .$$

أ- بين أن : $\left(\forall x\in\mathbb{R}^{*+}\right), g'(x)=2.x^3$.

ب- استنتج أن : $\left(\forall x\in\mathbb{R}^{*+}\right), f^{-1}(x)=\frac{1}{2}\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)$ (لاحظ أن : $g(1)=0$) .

9)- لتكن h الدالة المعرفة على $\left[0,\frac{\sqrt{3}}{3}\right]$ بما يلي :

$h(x)=\frac{f(x)+1}{2}-f\left(\frac{x}{2}\right)-\frac{Ax}{2}$ ، حيث عدد حقيقي يحقق : $h\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=0$.

أ- بين أنه : $\left(\exists a\in\left]0,\frac{\sqrt{3}}{3}\right[\right), f'(a)-f'\left(\frac{a}{2}\right)=\frac{A.a}{2}$.

ب- بين أنه : $\left(\exists b\in\left]\frac{a}{2},a\right[\right), A=f''(b)$.

ج- استنتج أن : $\left|f\left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)-\frac{1+\sqrt[4]{3}}{2}\right|\leq\frac{\sqrt[4]{3}}{96}$.

Fin du sujet