ثانوية محمد بن الحسن الوزاني نيابة الخميسات	السنة الدراسية : 2014/2013
الأولى باكالوريا علوم رياضية	المادة : الرياضيات — ذ . علي الشريف
الدورة الأولى : فرض محروس رقم 4	بتاريخ : 2014/01/16 — مدة الإنجاز: ساعتان

التمرين الأول :6ن

ليكن ABC مثلثا و النقطة I منتصف القطعة $[AB]$.

1 - أنشئ النقطة J مرجح النظمة المتزنة $\{(A;-1)\,;(B\,;3)\,;(C;4)\}$. (1ن)

2 - لتكن E نقطة تقاطع المستقيمين (CJ) و (AB) و F نقطة تقاطع المستقيمين (BJ) و (AC) .

أ – تحقق من أن : $\overrightarrow{IJ}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. 1ن ب - بين أن : $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$. 1ن

3 - ننسب المستوى للمعلم $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$ و نعتبر النقطة K مرجح النظمة المتزنة $\{(E,\alpha);(F,1-\alpha)\}$. $\alpha\in\mathbb{R}$

أ – حدد بدلالة α زوج إحداثيتي النقطة K بالنسبة للمعلم $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$. 1ن

ب – حدد قيمة α لكي تكون النقط I و J و K مستقيمية . (2ن)

التمرين الثاني : 6ن

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $\underbrace{u_0=1\,;u_{n+1}=\frac{1}{2}\left(u_n+\sqrt{u_n}+2\right)\,;(\forall n\in\mathbb{N})}$

1) أ حسب u_1 و u_2 . (0.5ن) 2) بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}):\ 1\le u_n\le 4$ (1 ن)

3) أ – تحقق أن : $(\forall n\in\mathbb{N}):\ u_{n+1}-u_n=\frac{1}{2}\left(2-\sqrt{u_n}\right)\left(1+\sqrt{u_n}\right)$ (0.5ن) ب - أستنتج رتابة $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ (0.5ن)

4) أ – بين أ ن : $(\forall n\in\mathbb{N}):\ 4-u_{n+1}\le\frac{3}{4}(4-u_n)$ 1.5ن ب - آستنتج أن : $(\forall n\in\mathbb{N}):0\prec 4-u_n\prec 3\left(\frac{3}{4}\right)^n$ 1ن

ج - حدد n_0 من $\mathbb{N}$ بحيث : $(\forall n\in\mathbb{N})\,;n\ge n_0\Rightarrow|4-u_n|\le 10^{-2}$ .1ن

التمرين الثالث : (8ن)

لتكن f و g الدالتين المعرفتين ب : $f(x)=\frac{3x}{2x-1}$ و $g(x)=\sqrt{x+2}$.

الجزء الأول :

1) حدد D_f و D_g . 0.5 2) بين أن (C_f) و (C_g) يمران معا من النقطتين $A(-1;1)$ و $B(2;2)$. 0.5ن

3) أعط جدول تغيرات f و g . 1ن 4) أنشئ في نفس الم.الم.الم. $(O;\vec{i};\vec{j})$ المنحنيين (C_f) و (C_g) .0.5ن

5) حل مبيانيا المتراجحتين : $\sqrt{x+2}-\frac{3x}{2x-1}\prec 0$ و $\frac{3x\sqrt{x+2}}{2x-1}\le 0$. 1ن

الجزء الثاني : نعتبرالدالة h المعرفة كالتالي : $h(x)=\frac{3\sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+2}-1}$

1) حدد D_h <u>1ن</u> . 2) بين أن : $h = fog$ <u>0.5ن</u> 3) أ – حدد مبيانيا $g\left(\left[-2;\frac{-7}{4}\right[\right)$ و $g\left(\left]-\frac{7}{4};+\infty\right[\right)$ <u>1ن</u>

ب- باستعمال رتابة f و g حدد رتابة الدالة h و اعط جدول تغيراتها . <u>1ن</u>

ج حدد القيمة القصوية ل h على $\left[-2;-\frac{7}{4}\right[$. <u>0.5ن</u> 4) بين أن : $\forall x \in \left]-\frac{7}{4};+\infty\right[: h(x) \succ \frac{3}{2}$ <u>0.5ن</u>

<u>*تمرين إضافي رقم:*</u>

ليكن $ABCD$ رباعيا محدبا ولتكن I و J و K و L و M و N منتصفات القطع $[AB]$ و $[BC]$ و $[CD]$ و $[DA]$ و $[AC]$ و $[BD]$ على التوالي .

1) - تحقق من انه توجد نقطة وحيدة G بحيث : $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$

2) - أ - أ ثبت أن G هي منتصف $[IK]$.

ب - آستنتج أن المستقيمات (IK) و (JL) و (MN) متلاقية في النقطة G .

3) - ليكن G_1 مركزثقل المثلث ABC . بين أن النقط G و G_1 و D مسقيمية .

<u>*تمرين إضافي رقم 2 :*</u>

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة بما يلي :
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{16}\left(1+4u_n+\sqrt{1+24u_n}\right) \end{cases}$$

نضع : لكل n من $\mathbb{N}^*$: $v_n^2 = 1+24u_n$ بحيث $v_n \geq 0$

1) بين أن : $v_{n+1}-3=\frac{1}{2}(v_n-3) \quad (\forall n \in \mathbb{N}^*)$.

2) احسب u_n بدلالة n .

3) أحسب بدلالة n المجموع $S_n = \sum_{k=1}^{n} v_k$.

<u>*تمرين إضافي رقم 3 :*</u>

لتكن (u_n) متتالية حسابية حدودها غير منعدمة و n عنصرا من $\mathbb{N}^*$.

1) بين أن : $\frac{1}{u_1u_2}+\frac{1}{u_2u_3}+\ldots+\frac{1}{u_nu_{n+1}}=\frac{n}{u_1u_{n+1}}$

2) تطبيق :احسب المجموعين التاليين :

$$S_n = \frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$$

و

$$S_n = \frac{1}{1\times 3} + \frac{1}{3\times 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$