م.م. المعارف الخاصة نيابة سلا	فرض محروس رقم3 مدة الانجاز ساعتان	الثانية باك علوم رياضية ب ذ: يونس دلال

التمرين رقم1 (13ن)

نعتبر الدالة المعرفة ب $f(x) = -\ln(1+x) + \frac{2x}{1+x}$

1) حدد مجموعة تعريف الدالة ثم أحسب النهايات عند محداتها. (1.5ن)

2) ادرس تغيرات الدالة ثم اعط جدول التغيرات. (1.5ن)

3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين 0 و α بحيث $\alpha > 1$

و استنتج اشارة الدالة f (1+0.5ن)

4) ادرس الفروع اللانهائية لمنحنى الدالة f. (0.5ن)

5) أنشئ منحنى الدالة في معلم متعامد ممنظم $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2\text{cm}$ (1ن)

6) ليكن n عدد صحيح طبيعي بحيث $n \geq 4$.

أ) بين أن المعادلة $f(x) = \frac{1}{n}$ تقبل حلا وحيدا U_n في المجال $]0;1[$. (0.5ن)

ب) بين أن المتتالية $(U_n)_{n\geq 4}$ تناقصية و استنتج أنها متقاربة. (1ن)

ج) حدد نهاية المتتالية $(U_n)_{n\geq 4}$. (1ن)

7) نعتبر المتتالية $(S_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ المعرفة

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{1}{k}\right)$$

أ) بين أن $(\forall k \in \mathbb{N}^*):\ \ln(k+1) - \ln(k) < \frac{1}{k}$ (1ن)

ب) بين أن $(\forall k \in \mathbb{N}^*): 2\ln(k+2) - 3\ln(k+1) + \ln(k) < f\left(\frac{1}{k}\right)$ (1ن)

ج) استنتج أن $(\forall k \in \mathbb{N}^*):\ 2\ln\left(\frac{k+2}{k+1}\right) - \ln\left(\frac{k+1}{k}\right) < f\left(\frac{1}{k}\right)$ (1ن)

د) بين أن $(\forall k \in \mathbb{N}^*):\ S_n > \ln\left(\frac{(n+2)^2}{4(n+1)}\right)$ (1ن)

ه) حدد نهاية المتتالية $(S_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$. (0.5ن)