وزارة التربية الوطنية الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين الرباط – سلا –زمور-زعير نيابة إقليم الخميسات ثانوية ادريس بنزكري التاهيلية ➢ تيفلت➢	فرض محروس رقم 1 ا لدورة 👍 2BSCM	من إعداد الأستاذ ❖ بشيري رشيد المدة❖ 2H 30mn

ملحوظة تمنح نقطة عن تنظيم ورقة التحرير

تمرين 1 — 3Pts

الأسئلة 1و2و3 مستقلة

1 1) لتكن f دالة متصلة على المجال $[a;b]$ و $k\in]0;1[$ بين أن $\exists c\in]a;b[: f(c)=kf(a)+(1-k)f(b)$

1 2) لتكن f دالة متصلة على المجال $[a;b]$ بحيث $f(a)=f(b)$ بين أن $\exists \alpha\in]a;b[: f(\alpha)=f\left(\alpha+\frac{b-a}{2}\right)$

1 3) لتكن f دالة متصلة على المجال $[1;2]$ بين أن $\exists c\in]1;2[: f(c)=\frac{1}{c-1}+\frac{\sin(c)}{c-2}$

تمرين 2 — 9 Pts

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1;1[$ كما يلي $f(x)=\frac{x-\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}}$

1 1) ادرس تغيرات الدالة f تم ضع جدول تغيرات الدالة f

2) لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]-1;1[$ ب $g(x)=f(x)-x$

1 أ- بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α من المجال $]-1;1[$ تم تأكد أن $\alpha\in\left]\frac{4}{5};1\right[$

0.5 ب- أستنتج إشارة $g(x)$

0.5 3) أ- بين أن f تقابل من $]-1;1[$ نحو $\mathbb{R}$

4) لتكن (U_n) المتتالية المعرفة ب $\begin{cases} U_0\in[0;\alpha] \\ U_{n+1}=f^{-1}(U_n) \end{cases}$

1 أ- بين $\forall n\in\mathbb{N}: 0\le U_n\le\alpha$ (لاحظ أن $f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=0$)

1 ب- بين أن (U_n) تزايدية

5) نعتبر الدالة h المعرفة على $]-1;1[$ ب $h(x)=-1-tg\left(\frac{\pi}{2}x\right)$

0.5 أ – بين أن h تقابل من $]-1;1[$ نحو $\mathbb{R}$

1.5 ب بين أن الدالة h^{-1} قابلة للاشتقاق على $\Re$ وأن $\forall x\in\Re : (h^{-1})'(x)=\frac{-2}{\pi\left[(x+1)^2+1\right]}$

6) نعتبر الدالة H المعرفة على $\mathbb{R}^*$ ب $H(x) = h^{-1}(x-1) + h^{-1}(\frac{1}{x} - 1)$

أ- بين أن $\forall x \in \mathbb{R}^* : H'(x) = 0$ 1

ب- أستنتج تعبير الدالة H 1

تمرين 3 — 8 Pts

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي

$$\begin{cases} f(x) = 4Arctg(\sqrt{x} - \sqrt{x-1}) \ldots\ldots\ldots x \geq 1 \\ f(x) = \pi + \sqrt[3]{1-x^3} \ldots\ldots\ldots x \prec 1 \end{cases}$$

1) أحسب النهايتين $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x); \lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ 0.5

2) أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$ و بين أن $\lim\limits_{x \to -\infty} (f(x) + x) = \pi$ مادا تستنتج 1

3) أ- بين أن $\left(\forall x \in]1;+\infty[\right)\left(\exists! \alpha \in \left]0;\frac{\pi}{2}\right[\right) : \sqrt{x-1} = tg(\alpha)$ 0.5

ب- أستنتج أن $\left(\forall x \in]1;+\infty[\right) : f(x) = \pi - 2Arctg(\sqrt{x-1})$ 1

4)أدرس قابلية إشتقاق الدالة f في 1 1

5)ادرس رتابة الدالة f 1

6) ليكن h قصور الدالة f على المجال $I =]-\infty;1[$

أ- بين أن h تقابل من I نحو مجال J يجب تحديده 0.5

ب حدد تعبير $h^{-1}(x)$ 1

7) لكل $n \in \mathbb{N}^*$

أ - بين أن المعادلة $f(x) = \frac{1}{n}$ تقبل حلا وحيدا a_n في المجال $]1;+\infty[$ 0.5

ب - بين $\forall n \in \mathbb{N}^* : a_n \prec a_{n+1}$ 0.5

ج - بين أن $\forall n \in \mathbb{N}^* : a_n = \frac{1}{\sin^2(\frac{1}{2n})}$ 0.5

بالتوفيق